தரம் 09

கணிதம்

செயல் நூல் II

(2018 இல் இருந்து நடைமுறைப்படுத்தப்படும்)

கணிதத்துறை

விஞ்ஞான தொழிநுட்ப பீடம்

தேசிய கல்வி நிறுவகம்

இலங்கை

2017

கணிதம் - செயல் நூல் II

முதற்பதிப்பு - 2017

கணிதத்துறை
விஞ்ஞான தொழிநுட்ப பீடம்
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
இலங்கை

அச்சுப்பதிப்பு : பதிப்பகம்,
தேசிய கல்வி நிறுவகம்
www.nie.lk

பணிப்பாளர் நாயகத்தின் செய்தி

கணிதக் கல்வியை அபிவிருத்தி செய்வதற்காக, தேசிய கல்வி நிறுவகத்தின் கணிதத் துறை சமகாலத்திற்கான பல்வேறு நடவடிக்கைகளை எடுத்துவருகின்றது. செயற்பாடுகளையும் பயிற்சிகளையும் கொண்ட தரம் 9 செயல் நூல் அதன் ஒரு விளைவாகும்.

தரம் 11 இன் இறுதியில் நடைபெறும் கல்விப் பொதுத்தராதரப்பத்திரப் (சாதாரண தரம்) பரீட்சைக்காக முன்னாயத்தம் செய்விப்பது பாடசாலை ஆசிரியர்களின் பிரதான கடமையாகும். இதற்காக உபயோகிக்கக் கூடிய பொருத்தமான கணிப்பீட்டுக் கருவிகள் மிகவும் குறைவு. சந்தையில் காணப்படுகின்ற அதிகமான கணிப்பீட்டுக் கருவிகள் பொருத்தமற்றதாகவும், தரமற்றதாகவும் காணப்படுகின்றன. இதனைக் கருத்திற் கொண்டு மாணவர்கள் பரீட்சைக்கு விருப்புடன் முகம் கொடுக்கும் வகையில் தேசிய கல்வி நிறுவகத்தின் கணிதத் துறையினால் இச்செயல் நூல் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. இதில் காணப்படும் பாட விடயங்கள், செயற்பாடுகள், உதாரணங்கள் மற்றும் பயிற்சிகள் மாணவர்களுக்கும் ஆசிரியர்களுக்கும் பயனுடையதாக அமையும் என்பதில் ஐயமில்லை.

இப் புத்தகத்தை ஆசிரியர்களும், மாணவர்களும் பயன்படுத்தி அடைவுமட்டத்தை அதிகரித்துக் கொள்ள வேண்டும் எனக் கேட்டுக்கொள்கின்றேன்.

இச் செயல் நூல் உங்கள் கைகளில் கிடைப்பதற்கு அனுசரணை வழங்கிய ஆசிய அபிவிருத்தி வங்கியின் செயற்றிட்டத்திற்கும், இச் செயற்பாடு வெற்றிகரமாக அமைவதற்கு உதவிய தேசிய கல்வி நிறுவகத்தின் கணிதத் துறையினர்களுக்கும், வெளிவாரி வளவாளர்களுக்கும் எனது மனப்பூர்வமான நன்றிகளைத் தெரிவித்துக் கொள்கின்றேன்.

கலாநிதி ஜயந்தி குணசேகர,
பணிப்பாளர் நாயகம்,
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

முன்னுரை

மக்கள் மேற்கொள்கின்ற செயற்பாடுகளில், அதிகமானவற்றை இலகுபடுத்திக் கொள்வதற்காக, கணித எண்ணக்கரு பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளமை, நாம் அன்றாடம் மேற்கொள்கின்ற எந்தவொரு விடயத்தையும் பகுப்பாய்வு செய்வதன் மூலம் நன்றாக புலனாகின்றது. பெரியோர், சிறியோர் அனைவரும் கணித எண்ணக்கருக்களைக் கட்டாயமாக ஏதோ ஒரு வழியில் பிரயோகிக்கின்றனர். நாம் மேற்கொள்கின்ற செயற்பாடுகளுக்கும், நமது அயலில் மேற்கொள்ளப்பட்டுள்ள அனைத்து விடயங்களுக்காகவும், கணித எண்ணக்கரு பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளமையை அவதானிக்கக் கூடியதாகவுள்ளது. கணிதத்தின் பிரயோகம் அதிகரித்துள்ளமையும், அதன் தரம் அதிகரித்துள்ளமையும் உலகை ஓரிடத்திற்குக் கொண்டு வரும் வகையில் தொழிநுட்பப் புரட்சி நிகழ்வதற்கு ஏதுவாயின. உண்மையில் கணித எண்ணக்கரு மனித வாழ்க்கைக்கு அத்தியாவசியமானது என்பது மிகத் தெளிவானது.

இந்த நிலைமை தொடர்பாக நன்றாக விளங்கிக் கொண்ட உலகில் எந்தவொரு நாட்டிலும் பாடசாலைப் பாடத்திட்டத்தில் கணித பாடத்திற்கு ஒரு முக்கிய இடம் வழங்கப்பட்டுள்ளது. நிலைமை இவ்வாறிருப்பினும் எமது நாட்டில் க.பொ.த(சா/த) பரீட்சையில் காட்டப்படுகின்ற திறமை மகிழ்ச்சிகரமானதல்ல. இங்கு தரமான கற்றல் சூழல் மாணவர்களுக்குக் கிடைக்காமை, அடைவு மட்டம் குறைவதற்குக் காரணமாகும். எனவே தரமான கற்றல் சாதனங்களை மாணவர்களுக்குக் கிடைக்கச் செய்வது மிக இன்றியமையாதது. மாணவர்களின் கணித எண்ணக்கரு அடைவு மட்டத்தினை மேம்படுத்துவதற்காக தேசிய கல்வி நிர்வாகம் 2014ம் ஆண்டிலிருந்து பல்வேறு முறைகளையும், உத்திகளையும், தேசிய மட்டத்தில் அறிமுகப்படுத்திக் கொண்டிருக்கின்றது. அதன் மற்றுமொரு படியாக, தரம் 9 கணித செயல் நூல் I, கணித செயல் நூல் II தயாரிக்கப்பட்டுள்ளன. இச் செயல்நூல்களைத் தயாரிக்கும் போது, கணித எண்ணக்கருக்கள் பற்றிய தெளிவைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காக, ஒவ்வொரு கணித எண்ணக்கரு பற்றியும் அறிமுகமொன்று வழங்கப்பட்டுள்ளது. இது பற்றி மாணவர்களின் கவனத்தை ஈர்ப்பது ஆசிரியரின் பொறுப்பாகும். மாணவர்கள் அறிவையும், தெளிவையும் பெற்றக் கொள்வதற்காகத் தனியாகவோ, குழுவாகவோ அல்லது ஆசிரியரின் வழிகாட்டலூடாகவோ இதனைப் பயன்படுத்தலாம். இது மாணவர்களுக்கு மாத்திரமன்றி, ஆசிரியர்களுக்கும் முக்கியமாக இருக்கும் என்பதைக் கூறியாகவேண்டும்.

இந்தச் செயல் நூலைச் சரியாக, முறையாகப் பயன்படுத்தி மாணவர்களை வழிப்படுத்துதல் ஆசிரியர்களினதும், உரிய எல்லா உத்தியோகத்தர்களினதும் பொறுப்பு என்பதைக் குறிப்பிடுகிறேன்.

தரம் 9 இற்கு இவ்வாறான தேசிய மட்டத்தில் அறிமுகம் செய்யப்பட்ட செயல்நூல்கள் இல்லாததோடு, இந்தச் செயல் நூலைப் பாடசாலைகள் முறையாகப் பயன்படுத்திப் பெறப்படுகின்ற அனுபவத்தை எமக்குத் தெரிவிக்கும்படி வினயமாகக் கேட்டுக்கொள்கின்றேன். அது எதிர்காலத்தில் மேற்கொள்ளப்படுகின்ற மீள் பரிசீலனை நடவடிக்கைகளுக்கு உதவியாக இருக்கும்.

கணித பாடத்தின் முக்கியத்துவத்தையும், மாணவர்களிடம் கணித எண்ணக்கரு அடைவை ஏற்படுத்துவதன் முக்கியத்துவத்தையும், நோக்காகக் கொண்டு இச்செயல் நூலை எல்லாப் பாடசாலைகளிலும் சிறப்பாகப் பயன்படுத்தி, எமது இந்த முயற்சியினை வெற்றிபெறச் செய்வீர்கள் என எதிர்பார்க்கின்றோம்.

கே. ரஞ்சித் பத்மசிறி,
பணிப்பாளர்,
கணிதத்துறை,
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

அணிந்துரை

இலங்கைப் பாடசாலைகளில் கணித பாடத்தின் அடைவு மட்டம் தொடர்பில் சமனற்ற தன்மை காணப்படுகின்றது. க.பொ.த. (சா/த) பெறுபேறுகளைப் பகுப்பாய்வு செய்து அவதானிக்கும் போது பேறுகளின் மட்டங்கள் 0% - 100% வரை பரவிக் காணப்படுகிறது. எமது நாட்டில் காணப்படும் இவ் ஒழுங்கற்ற நிலைமைகளை அவதானித்து, இந் நிலைமைகளை மாற்றுவதற்கு ஆசிய அபிவிருத்தி வங்கியின் முதலீட்டுடன் தேசிய கல்வி நிறுவகத்துக்குப் பொறுப்பளிக்கப்பட்டுள்ளது. இதன் படி 2016 ஆம் ஆண்டில் நாட்டில் கணித பாட பெறுபேற்றினை 65% ஆக உயர்த்த வேண்டிய இலக்கு அளிக்கப்பட்டுள்ளது. இவ் இலக்கை அடைவதற்குத் தேசிய கல்வி நிறுவகத்தின் கணிதத்துறை பல்வேறு செயற்திட்டங்களை முன்னெடுக்கின்றது.

இச்செயற்திட்டத்தினைப் பாடசாலைகளில் நடைமுறைப்படுத்துவதற்காகப் பின்வரும் பாடரீதியான சாதனங்கள் பாடசாலைக்கு வழங்கப்படுகின்றன.

1. ''இலகு வழியில் கணிதம்'' என்ற மாணவர் பயிற்சிப் புத்தகங்களின் தொகுதி. (6 புத்தகங்கள்)
2. ஆய்ந்தறி வினாப்பத்திரங்களின் தொகுதி அடங்கிய புத்தகங்கள். (5 புத்தகங்கள்)
3. தரம் - 11 இன் இறுதியில், மாணவர்களை க.பொ.த (சா.த) பரீட்சைக்குத் தயார் படுத்துவதற்காகப் பரீட்சைக்குப் பயிற்றுவிக்கும் நோக்கில் தயாரிக்கப்பட்ட வினாத்தாள்கள் 7 அடங்கிய புத்தகம்.
4. மாணவர்கள் கற்ற விடயங்களை உறுதிப்படுத்திக் கொள்வதற்கும், பரீட்சைக்குத் தயார் படுத்துவதற்கும் தயாரிக்கப்பட்ட வினா வங்கி.
5. தரம் - 10 இன் இறுதிவரை மாணவர்கள் கற்ற விடயங்களை மீட்டிக் கொள்வதற்கும், தவணைப் பரீட்சைக்கு ஆயத்தமாவதற்கும், தயாரிக்கப்பட்ட வினாப்பத்திரங்கள் 5 அடங்கிய புத்தகம்.

தரம் 9 இற்கான கணித செயல் நூல் II ஆனது தரம் 9 இன் பாட ஒழுங்கிற்கு ஏற்ப 13 பாடங்களைக் கொண்டதாகத் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

ஒவ்வொரு பாடத்திலும் பின்வரும் விடயங்கள் அடங்குகின்றன.

- பாட உள்ளடக்கம்
- வரைவிலக்கணங்கள்
- விபரித்தல்கள்
- செயற்பாடுகள்
- உதாரணங்கள்
- பல்வேறு பயிற்சிகள்
- பிற்சோதனை

பாடத்தின் குறிக்கோளைத் தெளிவாக இனங்காணும் வகையில் பாட உள்ளடக்கம் குறிப்பாகக் காட்டப்பட்டுள்ளது.

மாணவர்கள் பாடவிடயங்களை இலகுவாக விளங்கிக் கொள்ளும் வகையில் சிறு படிமுறையாக ஒழுங்கமைக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு படிமுறையின் தொடக்கத்திலும் அப்படிமுறைக்குத் தேவையான வரைவிலக்கணம், விபரித்தல் என்பன உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன. மாணவர்கள் இலகுவில் விளங்கிக் கொள்ளும் வகையில் எளிதாக விபரிக்கப்பட்டுள்ளது. மாணவர்கள் தனியாகச் செய்யும் வகையில் செயற்பாடுகள் எளிதாகத் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளன.

எளிதானவற்றிலிருந்து ஆரம்பிக்கும் வகையில் உதாரணங்கள் ஒழுங்காகத் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளதோடு, ஒவ்வொரு படிமுறையிலும் கூடிய உதாரணங்கள் முன்வைக்கப்பட்டுள்ளன. உதாரணங்களைத் தெளிவாக விளங்கிக் கொள்ளும் வகையில் தேவையான இடங்களில் உதாரணத்திற்கு அருகில் வழிகாட்டல்கள் வழங்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு படிமுறையின் இறுதியிலும் பாடவிடயங்களை உறுதி செய்து கொள்வதற்கும், பிரயோகத்திற்கும் போதியளவு பயிற்சிகள் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன.

பாடத்தின் இறுதியில் மாணவனது அடைவை அளப்பதற்காகப் பிற்சோதனை சேர்க்கப்பட்டுள்ளது. பாட உள்ளடக்கத்தின் எல்லாப் பகுதிகளும் அடங்குமாறு பிற்சோதனை தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது.

ஒவ்வொரு பாடமும் மாணவர்கள் தனியாகக் கற்றுக் கொள்ளும் வகையில் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளது. தரம் 9 மாணவர்களுக்குத் தயாரிக்கப்பட்டாலும் கூட, தரம் 10, 11 மாணவர்களும் பயன்படுத்துவதற்கு உகந்தது.
இச் செயல் நூலைப் பயன்படுத்துவதற்கு மாணவர்களுக்குச் சந்தர்ப்பம் ஏற்படுத்துவது மாணவர்கள் கணிதத்தை இலகுவாகக் கற்பதற்கான ஒரு ஆரம்பமாக அமையும் என்பது எமது எதிர்பார்ப்பாகும்.

இச் செயல் நூலை உங்களது பாடசாலையின் கற்றல் கற்பித்தல் செயன்முறையில் இணைத்துக் கொண்டு மாணவர்களின் கணித அடைவை அபிவிருத்தி செய்து கொள்ளுமாறு அதிபர்களிடமும், ஆசிரியர்களிடமும் கேட்டுக் கொள்கின்றோம்.

இந் செயல் நூல் தொடர்பாகவும், இதனைப் பயன்படுத்தும் போது வகுப்பறையில் ஏற்பட்ட பிரச்சினைகள் தொடர்பாகவும், உங்களது ஆக்கபூர்வமான கருத்துக்களையும், ஆலோசனைகளையும் எமக்கு அனுப்பி வைக்குமாறு கேட்டுக்கொள்கின்றோம்.

பல்லாயிரக் கணக்கான மாணவர்கள் கணித பாடத்தில் சித்தியடையாமல் பெரும் பிரச்சினையாகக் காணப்படும் இலங்கையின் கல்வியை உயர்த்துவதற்காக இந்நூலானது தரம் 9 மாணவர்களுக்கு உதவும் என்பதே எமது பிரார்த்தனையாகும்.

செயற்திட்டக் குழு (தலைவர்)
க.பொ.த. (சா/த) பெறுபேற்றினை அதிகரிக்கும் செயற்றிட்டம்

ஆலோசனை :

கலாநிதி ஜெயந்தி குணசேகர,
பணிப்பாளர் நாயகம்,
தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திரு. எம். எவ். எஸ். பீ. ஜயவர்தன,
பிரதிப் பணிப்பாளர் நாயகம்,
விஞ்ஞான தொழினுட்ப பீடம், தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

மேற்பார்வை :

திரு. கே. ரஞ்சித் பத்மசிறி,
பணிப்பாளர்,
கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

திட்டமிடலும் ஒழுங்கமைப்பும் :

திரு. ஜீ. எல். கருணாரத்ன
சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர்,
தரம் 10-11 கணித பாட செயற்றிட்டக் குழுத் தலைவர்,
கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

தமிழ்மொழி மூல இணைப்பாக்கம் :

திரு. க. சுதேசன்,
உதவி விரிவுரையாளர்,
கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

உள்வாரி வளவாளர்கள் :

திரு. G.L. கருணாரத்ன	சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர், கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திரு. G.P.H. ஜகத்குமார	சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர், கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திருமதி. M. நில்மினி பீரிஸ்	சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர், கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திரு. S. இராஜேந்திரம்	சிரேஷ்ட விரிவுரையாளர், கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திரு. C. சுதேசன்	உதவி விரிவுரையாளர், கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
திரு. P. விஜய்குமார்	உதவி விரிவுரையாளர், கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.
செல்வி. K.K.V.S கங்கானம்கே	உதவி விரிவுரையாளர், கணிதத்துறை, தேசிய கல்வி நிறுவகம்.

வெளிவாரி வளவாளர்கள்:

திருமதி. W.M.P.J. விஜேசேகர	ஓய்வு பெற்ற பணிப்பாளர் (கணிதம்)
திரு. J.M.L. லக்ஷ்மன்	ஓய்வு பெற்ற உபபீடாதிபதி (கல்வியியற் கல்லூரி)
திரு. D.S. வடுகாகே	ஓய்வு பெற்ற பீடாதிபதி (கல்வியியற் கல்லூரி)
திரு. N.G. S. லலித் திலகரட்ண	ஓய்வு பெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர்
திரு. N.G. செனவிரத்ன	ஓய்வு பெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர்
திரு. Y.V.R. விதாரண	ஆசிரிய ஆலோசகர், வலயக் கல்வி அலுவலகம், தெஹியோவிட்ட
திரு. R.P.D. ஜயசிங்க	ஆசிரிய ஆலோசகர், வலயக் கல்வி அலுவலகம், தெஹியோவிட்ட
திரு. ஜயசம்பத் லொக்குமுதலி	ஆசிரியர், ஜனாதிபதி வித்தியாலயம், மகரகம
திருமதி. G.H.S. ரஞ்சினி த சில்வா	ஆசிரியர், தர்மபால ம. வித்தியாலயம், பன்னிப்பிட்டிய
திரு. M.G.A. மாபட்டுன	ஆசிரியர், தம்மானந்த ம. வித்தியாலயம், ஹபுதளை
திருமதி. A.V.A. அதுகோரள	ஆசிரியர், வெலிஹெலதன்ன க. வித்தியாலயம், பன்னிப்பிட்டிய
திரு. G.U. தில்ஷான் குமார	ஆசிரியர், கோனகல ம. வித்தியாலயம், ருவன்வெல்ல.
திரு. M. சந்திரசிறி	ஆசிரியர், நக்காவிட்ட க. வித்தியாலயம், தெரணியகலை
திரு. N. இரகுநாதன்	ஓய்வுபெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர்.
திரு. S. பத்மநாதன்	முகாமையாளர், கணித மூலவள நிலையம்
திரு. K. இரவீந்திரன்	ஓய்வுபெற்ற உதவி அதிபர்.
திரு. M.S.M றபீது	ஓய்வுபெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர் (கணிதம்)
திரு. S. கஜேந்திரன்	ஆசிரியர், அத்தியார் இந்துக் கல்லூரி, நீர்வேலி
திரு. T. கிரிநிவாசன்	ஆசிரிய ஆலோசகர், வலயக்கல்வி அலுவலகம், கல்முனை.
திரு. J.C. பீற்றர்ஸ்	ஆசிரியர், மெதடிஸ்த மத்திய கல்லூரி, மட்டக்களப்பு
திரு. V. ஐங்கரன்	ஆசிரியர், யாழ்/ கொக்குவில் இந்துக் கல்லூரி

மொழி செம்மையாக்கம்	:	திரு. B. இராஜசேகரம் ஓய்வுபெற்ற ஆசிரிய ஆலோசகர்
கணனி பக்க அமைப்பு	:	திரு. A.S சத்தியசீலன் ஆசிரியர், வந்தாறுமூலை விஷ்ணு மகா வித்தியாலயம், மட்டக்களப்பு.
அட்டை வடிவமைப்பு	:	தேசிய கல்வி நிறுவகம்

உள்ளடக்கம்

இல	அலகு	பக்கம்

16. முக்கோணி ஒன்றின் கோணங்கள்

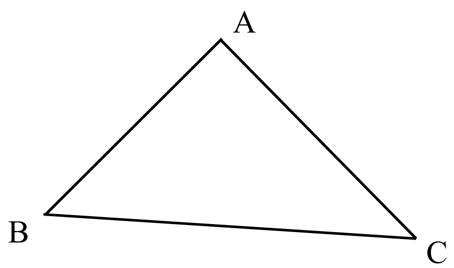
விடய உள்ளடக்கம்

- **முக்கோணி ஒன்றினது அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகும் என்ற தேற்றத்தை அறிதல். தேற்றத்தை வாய்ப்புப்பார்த்தல். தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி எளிய பிரசினங்களைத் தீர்த்தல்.**
- **முக்கோணி ஒன்றினது ஒரு பக்கத்தை நீட்ட உருவாகும் புறக்கோணமானது, அதன் அகத்தெதிர் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனாகும் என்னும் தேற்றத்தைஅறிதல். தேற்றத்தை வாய்ப்புப் பார்த்தல், தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைத் தீர்த்தல்.**

16.1 முக்கோணியின் அகக்கோணங்கள்

தேற்றம் : முக்கோணியொன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^0 ஆகும்

$$A\hat{B}C + B\hat{C}A + C\hat{A}B = 180^\circ$$

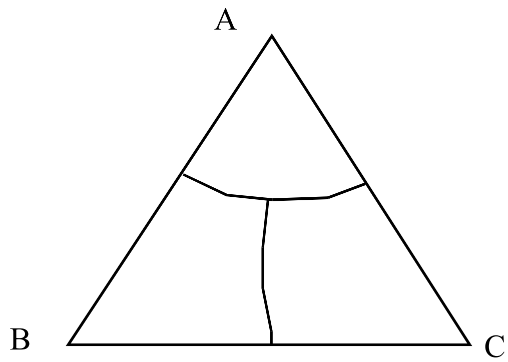


இத் தேற்றத்தை வாய்ப்புப் பார்ப்போம்

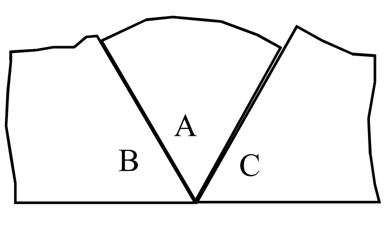
செயற்பாடு 16.1 :

(i) இரண்டு முக்கோணிகளை வரைந்து ABC எனப் பெயரிட்டு வெட்டி எடுக்க.

(ii) ஒரு முக்கோணியில் படத்தில் காட்டியவாறு கோணங்களை வெட்டி எடுத்துக் கொள்க.



(iii) கீழே உள்ள உருவில் காட்டியவாறு வெட்டி எடுக்கப்பட்ட கோணங்களை ஒட்டிக் கொள்க.



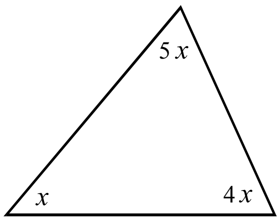
- A, B, C என்ற மூன்று கோணங்களையும் கூட்டும் போது .... கோணமாகும்.
- $\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}$ என்பவற்றின் கூட்டுத்தொகை ....பாகை ஆகும்.
- முக்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை .... ஆகும்.

தேற்றத்தின் பிரயோகம்

உதாரணம் 1 :

01. முக்கோணியின் அகக்கோணங்களுக்கிடையிலான விகிதம் 5 : 4 : 1 ஆகும் எனின் மிகப்பெரிய கோணத்தைக் கண்டு அது எவ்வகையான முக்கோணி எனக் காண்க.

முறை - I



அகக்கோணங்கள் முறையே x, $4x$, $5x$ ஆகும்.

$$x+4x+5x=180^0$$
$$10x=180^0$$
$$x=18^0$$

$$5x=5\times18^0$$
$$=90^0$$

மிகப் பெரிய கோணம் 90^0, எனவே செங்கோண முக்கோணி.

முறை - II

கோணங்களுக்கு இடையிலான விகிதம் = 5 : 4 : 1

மிகப் பெரிய கோணம் $=\frac{5}{10}$ பங்கு

மூன்று கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொக = 180^0

$\therefore$ பெரிய கோணத்தின் பெறுமதி $=\frac{5}{10}\times180^0$ $\therefore$ செங்கோண முக்கோணி

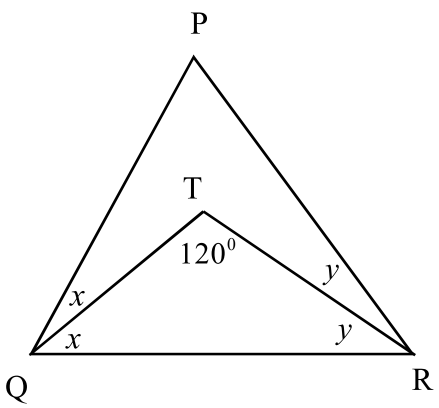
$=90^0$

உதாரணம் 2 :

தரப்பட்ட முக்கோணி PQR இல் கோணம் Q, R என்பவற்றின் இருசமகூறாக்கிகள் T யில் சந்திக்கின்றன. $Q\hat{T}R=120^0$ எனின்

(i) $Q\hat{P}R$ இன் பருமனைக் காண்க.

(ii) $Q\hat{P}R$, $Q\hat{T}R$ கோணங்களுக்கு இடையிலான தொடர்பைக் காண்க.



(i) $P\hat{Q}T=T\hat{Q}R=x$

$P\hat{R}T=T\hat{R}Q=y$ என்க

ΔQTR இல்

$x+y+120^0=180^0$

$x+y=60^0$

ΔQPR இல்

$2x+2y+Q\hat{P}R=180^0$

$120^0+Q\hat{P}R=180^0$

$Q\hat{P}R=60^0$

(ii) $Q\hat{P}R=60^0$

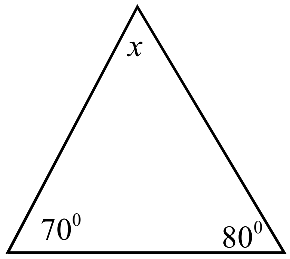
$Q\hat{T}R=120^0$

$\therefore Q\hat{T}R=2Q\hat{P}R$

பயிற்சி 16.2

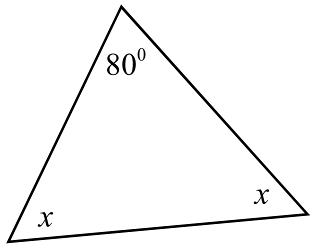
01. தரப்பட்ட வரிப்படங்களில் உள்ள தரவுகளுக்கு ஏற்ப x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i)



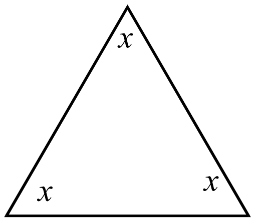
$x = ...$

(ii)



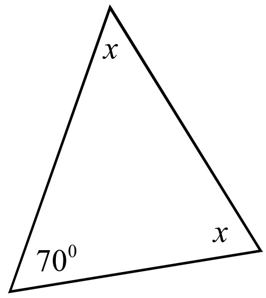
$x = ...$

(iii)



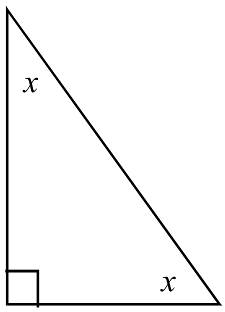
$x = ...$

(iv)



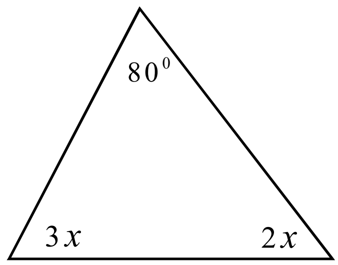
$x = ...$

(v)



$x = ...$

(vi)



$x = ...$

02. தரப்பட்ட கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் கருதி அவற்றில் முக்கோணியின் அகக் கோணங்களாக அமையும் தொகுதியின் கீழ் கோடிடுக.

(i) $45^0, 65^0, 80^0$

(ii) $43^0, 64^0, 73^0$

(iii) $20^0, 120^0, 30^0$

(iv) $23^0, 90^0, 67^0$

(v) $45^0, 55^0, 90^0$

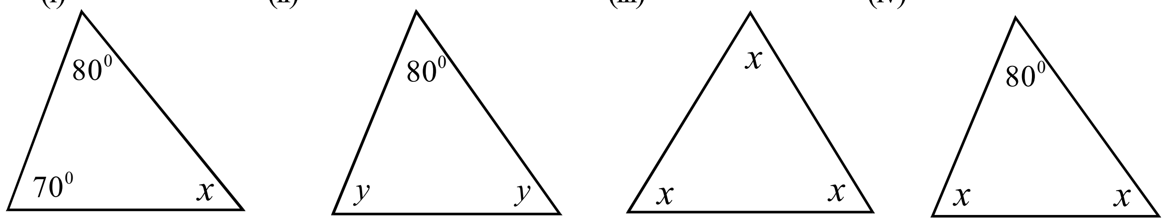
(vi) $102^0, 32^0, 46^0$

(vii) $35^0, 120^0, 25^0$

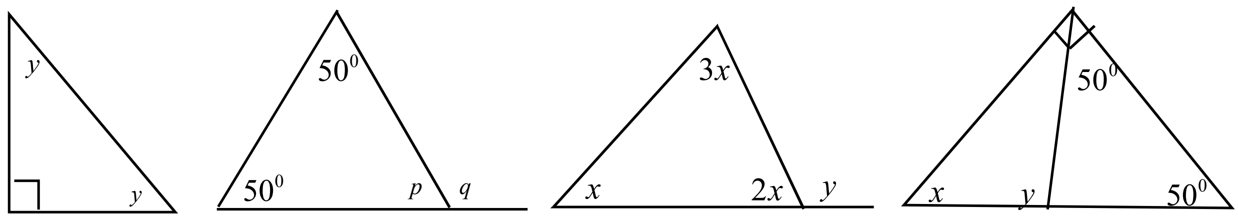
(viii) $65^0, 45^0, 70^0$

3. உருவிலுள்ள தரவுகளுக்கு ஏற்ப ஆங்கில அட்சரங்களால் குறிப்பிட்ட கோணங்களின் பருமனைக் காண்க.

(i) (ii) (iii) (iv)



(v) (vi) (vii) (viii)



4. தரவுகளுக்கு ஏற்ப பருமட்டான வரிப்படம் வரைந்து கேட்கப்பட்ட கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) முக்கோணி ABC யில் $A\hat{B}C = 50^0,\ A\hat{C}B = 72^0$ எனின் $B\hat{A}C = ?$

(ii) முக்கோணி XYZ யில் $X\hat{Y}Z = 22^0,\ Y\hat{X}Z = 120^0$ எனின் $X\hat{Z}Y = ?$

(iii) முக்கோணி PQR யில் $Q\hat{P}R = 32^0,\ P\hat{Q}R = 90^0$ எனின் $Q\hat{R}P = ?$

(iv) முக்கோணி KLM யில் $K\hat{L}M = 100^0,\ L\hat{K}M = 32^0$ எனின் $L\hat{M}K = ?$

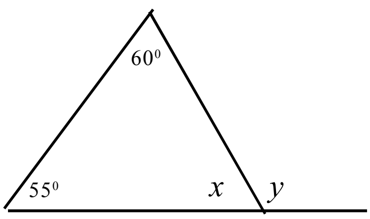
5. முக்கோணி PQR இல் $\hat{P} + \hat{Q} = 130^0,\ \hat{R} + \hat{Q} = 80^0$ எனின் முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் பெறுமானங்களைத் தனித்தனியே காண்க.

6. முக்கோணி ABC இல் $\hat{A} + \hat{B} = 130^0,\ \hat{C} - \hat{B} = 25^0$ எனின், A, B, C கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

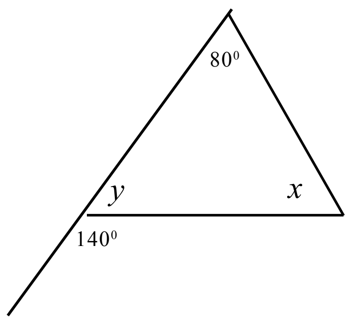
உதாரணம் : 3

4. பின்வரும் உருக்களில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் கண்டு கீழ்த் தரப்பட்டுள்ள விடைகளுடன் சரிபார்க்க.

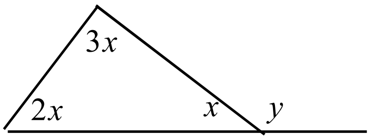
(i)



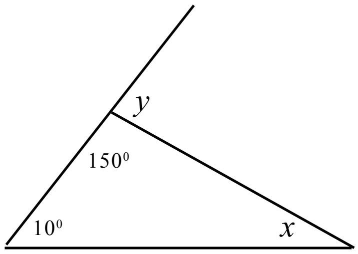
(ii)



(iii)



(iv)



(i) $60+55+x=180$

$x=65^0$

$y=180-65$

$=115°$

(ii) $y+140=180$ (நே.கோ.அ.$\angle$.கூ.)

$y=40^0$

$x=180-(80+40)$

$x=60^0$

(iii) $6x=180$

$x=30^0$

$2x=60^0$

$3x=90^0$

$y=180-30=150^0$

(iv) $y=180-150$

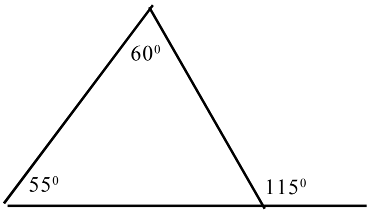
$y=30^0$

$x=180-(150+10)$

$x=20^0$

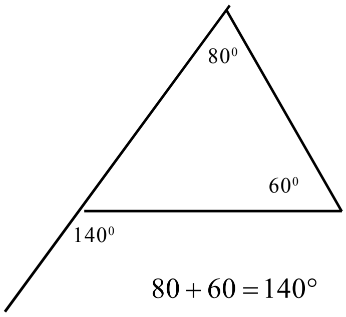
இப்போது பெறப்பட்ட கோணங்களை பிரதியிடுவோம்.

(i)



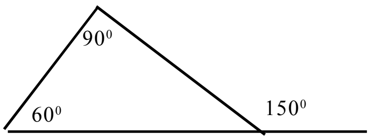
$60+55=115°$

(ii)



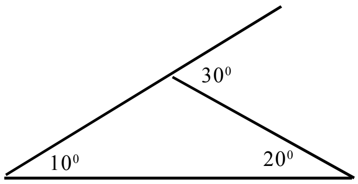
$80+60=140°$

(iii)



$90+60=150°$

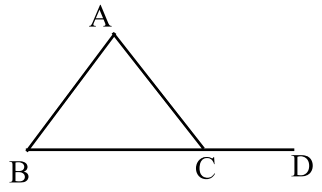
(v)



$10+20=30°$

மேலே பெறப்பட்ட பெறுமானங்களில் இருந்து பின்வரும் முடிவைப் பெறலாம்.

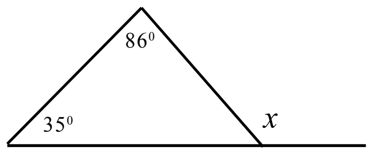
முக்கோணியின் ஒரு பக்கத்தை நீட்டுவதால் உருவாகும் புறக்கோணம், அதன் அகத்தெதிர்க் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனாகும்



$A\hat{C}D = C\hat{A}B + A\hat{B}C$

தேற்றம் பயன்படும் சந்தர்ப்பங்கள் :

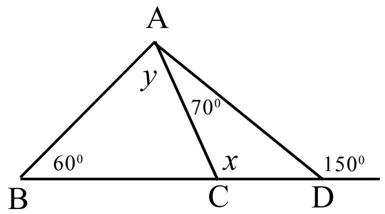
உதாரணம் 4 : x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



$x = 86 + 35$ (பு.கோ = அ.எ.கோ.கூ.)

$x = 121^0$

உதாரணம் 5 : x, y யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



ΔACD இல்

$70 + x = 150$ (பு.கோ. = அ.எ.கோ.கூ.)

$x = 80^0$

ΔABC இல்

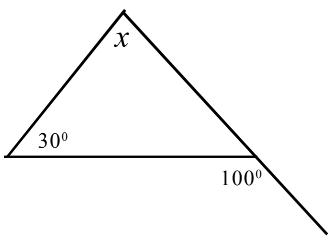
$y + 60 = 80$ (பு.கோ. = அ.எ.கோ.கூ.)

$y = 20^0$

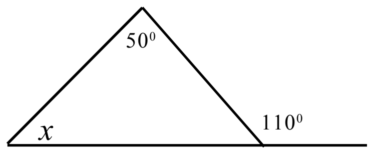
பயிற்சி 16.2

01. ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்ட கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

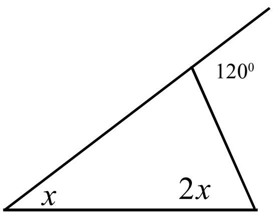
(i)



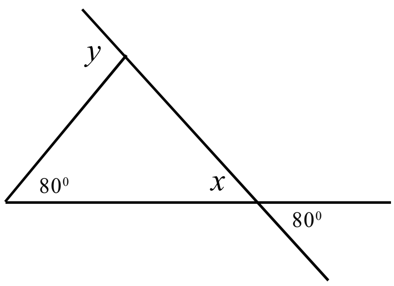
(ii)



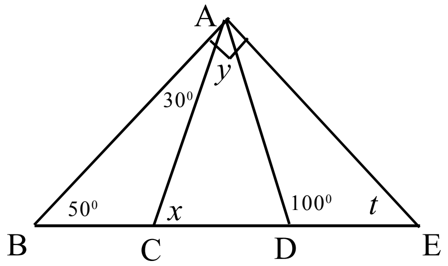
(iii)



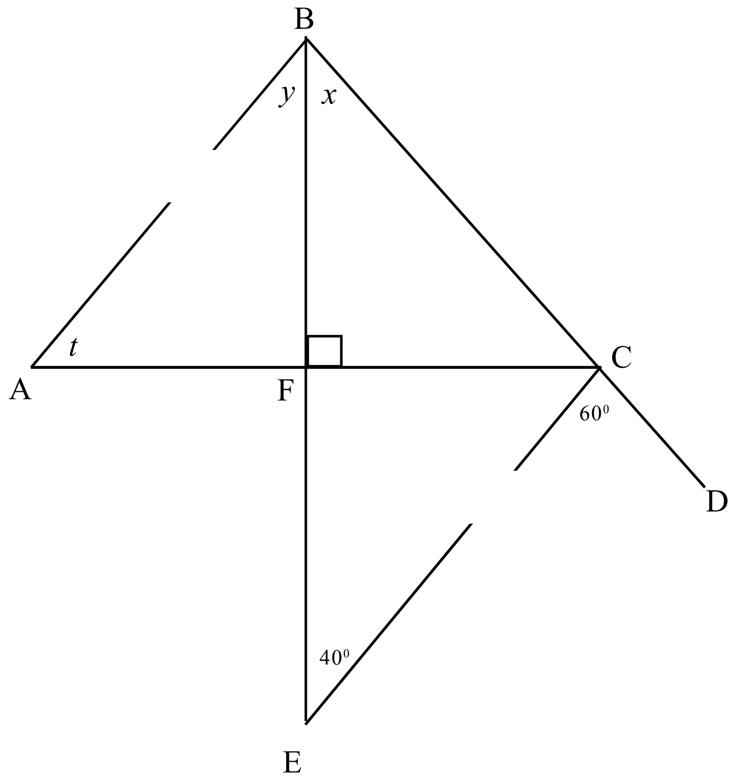
(iv)



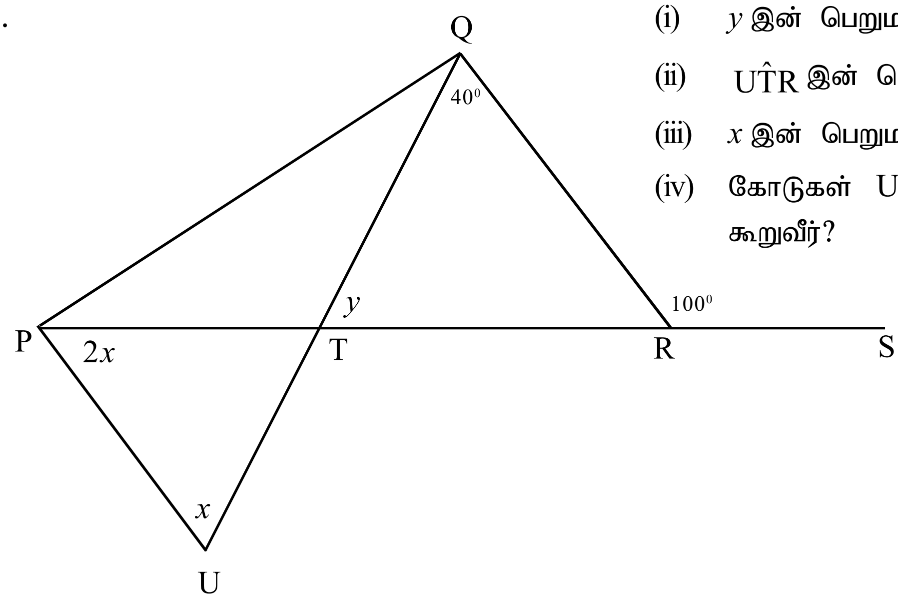
(v)



02. உருவிலுள்ள தரவுகளை அவதானித்து x, y, t என்பவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



03.



(i) y இன் பெறுமானம் காண்க.

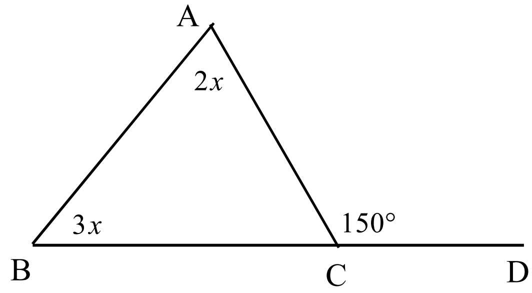
(ii) $U\hat{T}R$ இன் பெறுமானம் காண்க.

(iii) x இன் பெறுமானம் காண்க.

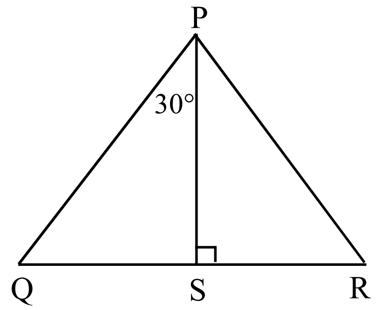
(iv) கோடுகள் UP, RQ தொடர்பாக யாது கூறுவீர்?

பிற்சோதனை

1. ΔABC இல் $A\hat{C}D = 150°$ ஆகும். x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க



2. ΔPQR இல் QR இற்குச் செங்குத்தாக PS அமைந்துள்ளது. $Q\hat{P}S = 30°$ எனின், $P\hat{Q}S$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



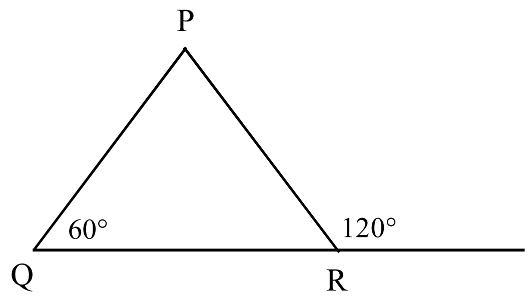
3. பின்வரும் கோணத் தொகுதிகளில், முக்கோணியின் அகக் கோணங்களாக அமையும் தொகுதிகளைத் தெரிவு செய்க.

(i) $45°,\ 40°, 95°$ (ii) $60°,\ 50°, 70°$ (iii) $60°,\ 55°, 75°$

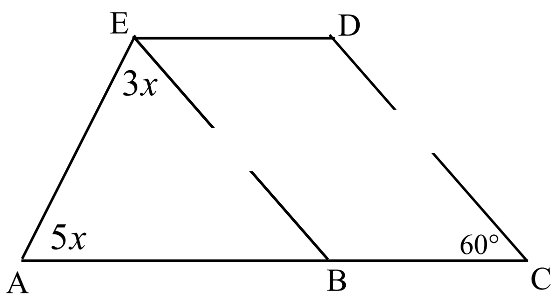
(iv) $40°,\ 60°, 85°$ (v) $58°,\ 62°, 60°$ (vi) $38°,\ 52°, 90°$

(vii) $75°,\ 60°, 50°$

4. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு ஏற்ப, $QR = PR$ எனக் காட்டுக.



5. உருவில் ABC ஒரு நேர்கோடு. $BE // CD$ எனில் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



17. சூத்திரங்கள்

விடய உள்ளடக்கம்

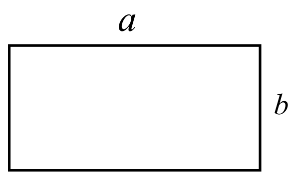
- **சூத்திரங்களை இனங் காணல்.**
- **சூத்திரமொன்றின் எழுவாயை இனங் காணல்.**
- **சூத்திரமொன்றை அமைத்தல்.**
- **சூத்திரமொன்றின் எழுவாயை மாற்றுதல்.**
- **சூத்திரமொன்றின் தெரியாக் கணியங்களுக்கு, தரப்பட்ட பெறுமானங்களைப் பிரதியிடல்.**

17.1 சூத்திரமும் அதன் எழுவாயும்

தெரியாக் கணியங்கள் சில ஒன்றுடன் ஒன்று தொடர்புற்றிருக்கும்போது, ஒரு குறிப்பிட்ட தெரியாக் கணியத்தை ஏனைய தெரியாக் கணியங்களில் எடுத்துரைப்பது சூத்திரம் எனப்படும். அக் குறிப்பிட்ட கணியம் அச் சூத்திரத்தின் எழுவாய் எனப்படும்.

17.2 சூத்திரங்களை அமைத்தல்

(i) நீளம் a யும், அகலம் b யும், கொண்ட செவ்வக அடரொன்றின் பரப்பளவு A எனின்,



$\mathrm{A} = a \times b$

$\mathrm{A} = ab$

இது A ஐப் பெறுவதற்கான சூத்திரம் எனப்படும்.

இச்சூத்திரத்தின் எழுவாய் A ஆகும்.

(ii) பக்கமொன்றின் நீளம் a ஆகவுள்ள சமபக்க முக்கோணி ஒன்றின் சுற்றளவு P எனின்,

$\mathrm{P} = a + a + a$

$\mathrm{P} = 3a$

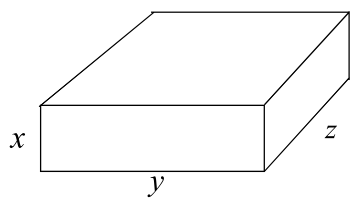
இங்கு P எழுவாய் ஆகும்.

(iii) பக்கமொன்றின் நீளம் a ஆகவுள்ள சதுரத்தின் சுற்றளவு P எனின்,

சுற்றளவு = பக்கமொன்றின் நீளம் $\times 4$

$\mathrm{P} = 4a$, இங்கு P எழுவாய் ஆகும்.

(iv) கீழே காட்டப்பட்டுள்ள கனவுரு வடிவான மரக்குற்றியின் கனவளவு V எனின், V இற்கான சூத்திரத்தைப் பெறுக.



கனவளவு = நீளம் $\times$ அகலம் $\times$ உயரம்

$\mathrm{V} = z \times y \times x$

$\mathrm{V} = xyz$

இச்சூத்திரத்தின் எழுவாய் V ஆகும்.

$\mathrm{A} = \pi r^2$ என்ற சூத்திரத்தின் எழுவாய் A ஆகும்.

$y = mx + c$ என்ற சூத்திரத்தின் எழுவாய் y ஆகும்.

$\mathrm{T} = u + 2a$ என்ற சூத்திரத்தின் எழுவாய் T ஆகும்.

பயிற்சி : 17.1

01. பின்வருவனவற்றில் சூத்திரங்களைத் தெரிவு செய்க.

(i) $v = \pi r\ell$ (ii) $A = \pi rl$ (iii) $T_n = a + (n-1)d$

(iv) $\pi r^2 + 2\pi rh$ (v) $\frac{x+y}{3} + 8$ (vi) $\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$

(vii) $\frac{n}{2}(a+l)$ (viii) $y = \sqrt{a+b}$ (ix) $F = \frac{5C}{9} + 32$

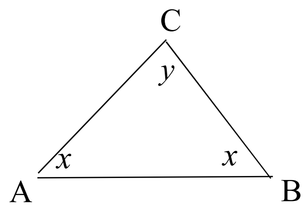
(x) $mx + c + y$

பயிற்சி : 17.2

01. ஒவ்வொரு சூத்திரத்தினதும் எழுவாயை, அருகிலுள்ள கூட்டில் எழுதுக.

(i)	$v = u + ft$	$\square$	(ii)	$p = \frac{n}{2}(a+l)$	$\square$
(iii)	$F = \frac{5C}{9} + 32$	$\square$	(iv)	$y = mx + c$	$\square$
(v)	$C = 2\pi r$	$\square$	(vi)	$S = 2\pi rh$	$\square$
(vii)	$A = \pi r^2$	$\square$	(viii)	$D = \pi rl$	$\square$
(ix)	$T = ax + b$	$\square$	(x)	$R = \frac{t(u+v)}{2}$	$\square$

02. உருவில் தரப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC இல் குறிக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு ஏற்ப x, y என்பன கொண்ட சமன்பாட்டை அமைக்க. அதில் y ஐ எழுவாயாக்குக.



03. ரவியின் தந்தை ரவியிலும் பார்க்க 25 வருடங்கள் வயதில் மூத்தவர். இருவரது வயதுகளின் கூட்டுத்தொகை y ஆகும். ரவியின் வயது x வருடங்கள் எனக் கொண்டு, y இற்கான சூத்திரமொன்றை அமைக்க.

04. பக்கமொன்றின் நீளம் x அலகு ஆகவுள்ள சதுர வடிவான காட்போட் துண்டொன்றில் இருந்து 5 அலகு பக்கம் கொண்ட சதுர வடிவான ஒரு பகுதி வெட்டி அகற்றப்பட்டது. எஞ்சிய பகுதியின் பரப்பளவு A எனின், A இற்கான சூத்திரத்தை அமைக்க.

05. விட்டம் $2r$ ஆகவுள்ள வட்டத்தின் பரிதி C எனின், C இற்கான சூத்திரத்தை அமைக்க.

06. சிறிய பஸ்வண்டி ஒன்றில் 26 பேரும், பெரிய பஸ் வண்டி ஒன்றில் 54 பேரும் அமர்ந்து பயணம் செய்யலாம். x எண்ணிக்கையான சிறிய பஸ் வண்டிகளினதும், y எண்ணிக்கையான பெரிய பஸ் வண்டிகளிலும், அமர்ந்து பயணம் செய்யக்கூடிய நபர்களின் எண்ணிக்கை n எனின், n இற்கான சூத்திரத்தை அமைக்க.

07. ஒரு பொதியில் a கிலோ கிராம் பருப்பும், 6 கிலோ கிராம் சீனியும், c கிலோ கிராம் மாவும் உண்டு. இவ்வாறான 5 பொதிகளின் திணிவு w கிலோ கிராம் எனின, w இற்கான சூத்திரத்தை அமைக்க.

17.3 சூத்திரமொன்றின் எழுவாயை மாற்றுதல்

யாதேனுமொரு சூத்திரத்தைச் சமன்பாடொன்றாகக் கருதி, பொருத்தமானவாறு கணிதச் செய்கைகளைப் பியோகிப்பதன் மூலம் தரப்பட்டுள்ள எழுவாயை மாற்றி மற்றுமொரு தெரியாக் கணியத்தை எழுவாயாக அமைக்கலாம்.

உதாரணம் : 1

$v = u + ft$ என்ற சூத்திரத்தில் u ஐ எழுவாயாக்குக.

$v = u + ft$

$v - ft = u + ft - ft$ (இருபக்கமும் ft ஐக் கழிப்பதால்)

$v - ft = u$

$u = v - ft$

உதாரணம் : 2

$2y = ax + 5b$ என்ற சூத்திரத்தில் x ஐ எழுவாயாக்குக.

$2y = ax + 5b$

$2y - 5b = ax$ (இருபக்கமும் $5b$ ஐக் கழிப்பதால்)

$ax = 2y - 5b$

$x = \dfrac{2y - 5b}{a}$ (இருபக்கமும் a ஆல் வகுக்க)

உதாரணம் : 3

$\dfrac{m}{x+y} = \dfrac{n}{T}$ என்ற சூத்திரத்தில் n ஐ எழுவாயாக்குக.

$mT = n(x + y)$ (இருபக்கமும் $T(x + y)$ ஆல் பெருக்குவதால்)

$n(x + y) = mT$

$n = \dfrac{mT}{(x+y)}$ (இருபக்கமும் $(x + y)$ ஆல் வகுக்க)

பயிற்சி 17.3

01. சூத்திரங்களில் எழுவாய் மாற்றம் செய்ய வேண்டிய தெரியாக் கணியத்தைச் கருத்திற் கொண்டு இடைவெளிகளை நிரப்புக.

(a) $y = mx + c$

$y - \square = mx + c - \square$ (...)

$y - \square = c$

$\therefore c = \square - \square$ (...)

(b) $y = mx + c$

$y - \square = mx + c - \square$ (...)

$y - \square = mx$

$\dfrac{y - \square}{\square} = \dfrac{mx}{\square}$ (...)

$\dfrac{y - \square}{\square} = x$

$\therefore x = \dfrac{\mathrm{y} - \square}{\square}$

(c) $5p + 6q = t$

$5p + 6q - \square = t - \square$ (...)

$5p = t - \square$

$\dfrac{5p}{\square} = \dfrac{t - \square}{\square}$ (...)

$\therefore p = \dfrac{\mathrm{t} - \square}{\square}$

(d) $S = \dfrac{n}{2}(a + l)$

$2\square = n(a + l)$

$2\square = an + \square$

$2\square - \square = an + \square - \square$

$2\square - \square = al$

$\dfrac{2\square - \square}{\square} = l$

$\therefore\ l = \dfrac{2\square - \square}{\square}$

(e) $\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$

$\frac{1}{f} = \frac{\square + \square}{uv}$

$\frac{uv}{f} = \square + \square$

$\square = f(\square + \square)$

$\frac{\square}{\square + \square} = f$

$\therefore f = \frac{\square}{\square + \square}$

02. $c = \pi d$ இல் d ஐ எழுவாயாக்குக.

03. $v = \frac{fu}{u - f}$ இல் (i) f ஐ எழுவாயாக்குக.

(ii) u வை எழுவாயாக்குக.

04. $l = a + (n-1)d$ இல் (i) a ஐ எழுவாயாக்குக.

(ii) n ஐ எழுவாயாக்குக.

05. $S = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$ இல் a ஐ எழுவாயாக்குக.

06. $f = \frac{9}{5}C + 32$ என்ற சூத்திரத்தில் C ஐ எழுவாயாக்குக.

07. $\frac{v}{t} = Kav$ என்ற சூத்திரத்தில் t ஐ எழுவாயாக்குக.

08. $E = I(R + r)$ என்ற சூத்திரத்தில் R ஐ எழுவாயாக்குக.

09. பின்வரும் ஒவ்வொரு வினாக்களுக்கும் சரியான விடையைத் தெரிவு செய்து அதன் கீழ்க் கோடிடுக.

(i) $l = a + (n-1)d$ எனும் சூத்திரத்தில் d எழுவாயாக்கப்பட்டால் வரும் சூத்திரம்.

(a) $d = \frac{l - a}{(n-1)}$ (b) $d = \frac{l + a}{(n-1)}$ (c) $d = \frac{l}{a} - (n-1)$ (d) $d = l - a - (n-1)$

(ii) $S=\frac{n}{2}(a+l)$ எனும் சூத்திரத்தில் a எழுவாயாக்கப்பட்டால் வரும் சூத்திரம்.

(a) $a=\frac{2S-n}{l}$ (b) $a=S-\frac{n}{2}-l$ (c) $a=\frac{2S}{n}+l$ (d) $a=\frac{2S-nl}{n}$

(iii) $\frac{1}{f}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}$ எனும் சூத்திரத்தில் u எழுவாயாக்கப்பட்டால் வரும் சூத்திரம்.

(a) $u=\frac{fv}{f+v}$ (b) $u=\frac{fv}{v-f}$ (c) $u=\frac{fv}{f-v}$ (d) $u=f-v$

(iv) $A=2\pi rh+a$ எனும் சூத்திரத்தில் h எழுவாயாக்கப்பட்டால் வரும் சூத்திரம்.

(a) $h=A-a-2\pi r$ (b) $h=\frac{A}{2\pi r}-a$ (c) $h=\frac{A-2\pi r}{a}$ (d) $h=\frac{A-a}{2\pi r}$

17.4 சூத்திரமொன்றில் தெரியாக் கணியங்களுக்குப் பிரதியிடல்

சூத்திரமொன்றில் காணப்படும் தெரியாக் கணியங்களில், ஒரு குறிப்பிட்ட பெறுமானத்தைத் தவிர்த்து ஏனைய தெரியாக் கணியங்களுக்குரிய பெறுமானங்கள் தரப்படுமிடத்து அக்குறிப்பிட்ட தெரியாக் கணியத்தின் பெறுமானத்தைக் காணலாம்.

உதாரணம் : 1

$y=mx+c$ என்பதில் $m=3, x=5, c=4$ என்பவற்றைப் பிரதியிடுவதன் மூலம் y இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned} y &= mx+c \\ &= 3\times 5+4 \\ &= 15+4 \\ y &= 19 \end{aligned}$$

உதாரணம் : 2

$S=\frac{n}{2}(a+l)$ என்பதில் $n=8, a=5, l=17$ என்பவற்றைப் பிரதியிட்டு S இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\begin{aligned} S &= \frac{n}{2}(a+l) \\ &= \frac{8}{2}(5+17) \\ &= 4\times 22 \\ S &= 88 \end{aligned}$$

பயிற்சி 17.4

01. $v = u + ft$ என்பதில் $u = 12, f = 24, t = 5$ எனின், v இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

02. $y = mx + c$ என்பதில் $m = 24, x = \frac{1}{2}, c = 3$ எனின், y இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

03. $C = 2\pi r$ என்பதில் $\pi = \frac{22}{7}, r = 7$ எனின், C இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

04. $E = I(R + r)$ என்பதில் $E = 35, R = 4, r = 3$ எனின், I இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

05. $F = \frac{5C}{9} + 32$ என்பதில் $F = 212$ எனின், C இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

பிற்சோதனை

01. சரியான விடையின் கீழ் கோடிடுக.

(a) $A = 2\pi rh + a$ இல் எழுவாய்.

(i) a (ii) r (iii) h (iv) A

(b) $v = u + ft$ இல் எழுவாய்.

(i) u (ii) v (iii) f (iv) t

(c) $y = 2a + b - c$ இல் எழுவாய்.

(i) c (ii) b (iii) a (iv) y

02. $v = u + ft$ என்பதில் t ஐ எழுவாயாக்கும்போது கிடைக்கப்பெறும் விடை.

(i) $t = \frac{v+u}{f}$ (ii) $t = \frac{v-u}{f}$ (iii) $t = \frac{vu}{f}$ (iv) $t = \frac{v}{u} + f$

03. $E = I(R + r)$ என்ற சூத்திரத்தில் r ஐ எழுவாயாக்குக.

04. $S = 180(n - 2)$ என்ற சூத்திரத்தில் n ஐ எழுவாயாக்குக.

05. $C = 2\pi r$ என்ற சூத்திரத்தில் $\pi = \frac{22}{7}, r = 14$ எனின், C இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

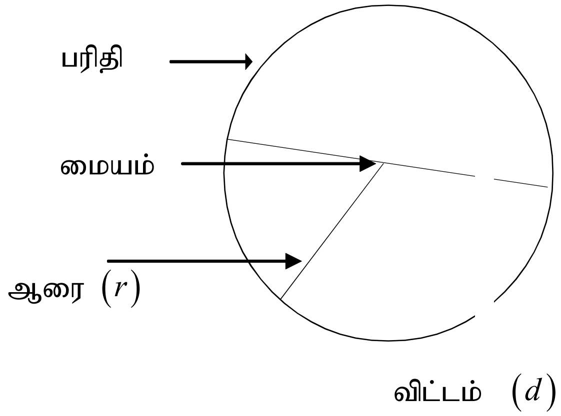
06. $A = 2\pi rh + a$ என்ற சூத்திரத்தில் $A = 1604,\ r = 21, \pi = \frac{22}{7}, a = 20$ எனின், h இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

18. வட்டமொன்றின் பரிதி

விடய உள்ளடக்கம்

- **வட்டமொன்றின் ஆரை, விட்டம், பரிதி என்பவற்றுக்கிடையிலான தொடர்பைக் கொண்டு பரிதிக்கான சூத்திரத்தை அமைத்தல்**
- **சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி, அரைவட்டத்தின் சுற்றளவைக் காணல்**
- **வட்டத்தின் பரிதியைக் காணல்**
- **வட்டத்தின் பரிதி தொடர்பான எளிய பிரசினங்களைத் தீர்த்தல்**

18.1 வட்டமொன்றின் ஆரை, விட்டம், பரிதி



- ♦ வட்டமொன்றின் மையத்திலிருந்து பரிதியிலுள்ள புள்ளிக்கான தூரம் mt ;t l ;j j ;jpd ; M i u (r) எனப்படும்.
- ♦ வட்டத்தின மையத்தினூடாகச் செல்லும் நாண் அவ்வட்டத்தின் விட்டம் (d) எனப்படும். $d = 2r$
- ♦ வட்டமொன்றின் சுற்றளவானது பரிதி (C) எனப்படும்.

உதாரணம் : 1

(i) ஆரை 10 cm ஆகவுள்ள வட்டத்தின் விட்டத்தைக் காண்க.

$$\text{விட்டம்} = 2 \times \text{ஆரை}$$
$$= 2 \times 10\ cm$$
$$= 20\ cm$$

(ii) விட்டம் 28 cm ஆகவுள்ள வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க.

$$\text{விட்டம்} = 2 \times \text{ஆரை}$$
$$28\ cm = 2 \times \text{ஆரை}$$
$$\therefore \frac{28}{2} cm = \text{ஆரை}$$
$$\text{ஆரை} = 14\ cm$$

பயிற்சி 18.1

01. கீழே A யில் தரப்பட்ட ஆரையுடைய வட்டத்தின் விட்டத்தை, B யில் தெரிவு செய்து இணைக்க.

	A ஆரை	B விட்டம்
(i)	7 cm	21 cm
(ii)	14 cm	14 cm
(iii)	3.5 cm	42 cm
(iv)	10.5 cm	7 cm
(v)	21 cm	28 cm

02. 14 cm ஆரையுடைய வட்டத்தின் விட்டத்தைக் காண்க.

03. 42 cm விட்டமுடைய வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க.

18.2 வட்டம் ஒன்றின் பரிதிக்கும், விட்டத்திற்கும் இடையிலான தொடர்பு

பின்வரும் சந்தர்ப்பம் ஒவ்வொன்றிலும் $\frac{\text{பரிதி}}{\text{விட்டம்}}$ என்ற பெறுமானத்தைக் கண்டு வெற்றிடத்தை நிரப்புக.

(i) பரிதி = 44 cm, விட்டம் = 14 cm எனின் $\frac{\text{பரிதி}}{\text{விட்டம்}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(ii) பரிதி = 88 cm, விட்டம் = 28 cm எனின் $\frac{\text{பரிதி}}{\text{விட்டம்}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(iii) பரிதி = 132 cm, விட்டம் = 42 cm எனின் $\frac{\text{பரிதி}}{\text{விட்டம்}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

இவற்றில் இருந்து $\frac{\text{பரிதி}}{\text{விட்டம்}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$ இப்பெறுமானம் ஒருமை மாறிலி எனப் புலனாகின்றது அது π என்பதால் குறிக்கப்படும்.

பரிதி (C) உடையதும், விட்டம் (d) உடையதும் ஆன வட்டத்தின் $\frac{C}{d} = \pi$

$$\frac{C}{d} = \pi$$

$$C = \pi d, (d = 2r)$$

பரிதி $C = \pi \times 2r$

$$C = 2\pi r$$

d விட்டம் உடைய வட்டத்தின் பரிதி $C = \pi d$
r ஆரையுடைய வட்டத்தின் பரிதி $C = 2\pi r$

$\pi = \frac{22}{7}$ அல்லது $\pi = 3.14$ எனக் கொள்ளப்படும்.

உதாரணம் :

(i) 14 cm விட்டமுடைய வட்டத்தின் பரிதியைக் காண்க.

$$\begin{aligned} C &= \pi d \\ &= \frac{22}{7} \times 14 \\ &= 44\,\text{cm} \end{aligned}$$

(ii) 14 cm ஆரையுடைய வட்டத்தின் பரிதியைக் காண்க.

$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \\ &= 88\,\text{cm} \end{aligned}$$

(iii) 10 cm ஆரையுடைய வட்டத்தின் பரிதியைக் காண்க. ($\pi = 3.14$ எனக் கொள்க.)

$$\begin{aligned} C &= 2\pi r \\ &= 2 \times 3.14 \times 10 \\ &= 62.8\,\text{cm} \end{aligned}$$

பயிற்சி 18.2

01. இடைவெளி நிரப்புவதன் மூலம் பரிதியைக் காண்க.

(i) விட்டம் 21 cm

$$\begin{aligned} C &= \ldots\ldots\ldots\ldots \\ &= \frac{22}{7} \times \ldots\ldots\ldots \\ &= \ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

(ii) ஆரை 14 cm

$$\begin{aligned} C &= \ldots\ldots\ldots\ldots \\ &= \ldots\ldots \times \frac{22}{7} \times \ldots\ldots\ldots \\ &= \ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

(iii) விட்டம் 25 cm

$$\begin{aligned} C &= \ldots\ldots\ldots\ldots \\ &= 3.14 \times \ldots\ldots\ldots \\ &= \ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

(iv) ஆரை 25 cm

$$\begin{aligned} C &= \ldots\ldots\ldots\ldots \\ &= 2 \times 3.14 \times \ldots\ldots\ldots \\ &= \ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

02. சில வட்டங்களின் பரிதிகள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன. இடைவெளி நிரப்புவதன் மூலம் விட்டத்தை அல்லது ஆரையைக் காண்க.

(i) பரிதி 44 cm

$$C = \pi d$$

$$44 = \frac{22}{7} \times d$$

$$44 \times \ldots\ldots = 22 \times d$$

$$\frac{\ldots\ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots} = d$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = d$$

விட்டம் $= \ldots\ldots\ldots\ldots$

ஆரை $= \ldots\ldots\ldots\ldots$

(ii) பரிதி 88 cm

$$C = 2\pi r$$

$$\ldots\ldots\ldots = 2 \times \frac{22}{7} \times r$$

$$\frac{\ldots\ldots\ldots \times 7}{44} = r$$

ஆரை $= \ldots\ldots\ldots\ldots$

விட்டம் $= \ldots\ldots\ldots\ldots$

03. பின்வரும் தரவுகளுக்கேற்ப, வட்டத்தின் பரிதியைக் காண்க.

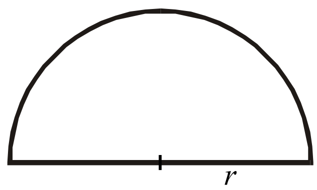
(i) விட்டம் 21 cm $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$ (ii) விட்டம் 42 cm $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(iii) ஆரை 30 cm $(\pi = 3.14)$ (iv) ஆரை 40 cm $(\pi = 3.14)$

04. வட்டமொன்றின் பரிதி 132 cm எனின், விட்டத்தைக் காண்க.

05. வட்டமொன்றின் பரிதி 220 cm எனின், ஆரையைக் காண்க.

18.3 அரைவட்டமொன்றின் சுற்றளவு



அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு = அரைவட்ட வில் + விட்டம்

$$= \frac{1}{2} \times 2\pi r + 2r$$
$$= \pi r + 2r$$

உதாரணம் :

(i) 28 cm விட்டமுடைய அரைவட்டத் தகட்டின் சுற்றளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு = அரைவட்ட வில் + விட்டம்

$$= \pi r + d$$
$$= \frac{22}{7} \times 14\ cm + 28\ cm$$
$$= 44\ cm + 28\ cm$$
$$= 72\ cm$$

(ii) 20 cm ஆரையுடைய அரைவட்டத் தகட்டின் சுற்றளவைக் காண்க. ($\pi = 3.14$ எனக் கொள்க)

சுற்றளவு = அரைவட்ட வில் + விட்டம்

$$= \pi r + 2r$$
$$= 3.14 \times 20\ cm + 2 \times 20\ cm$$
$$= 62.8\ cm + 40\ cm$$
$$= 102.8\ cm$$

பயிற்சி 18.3

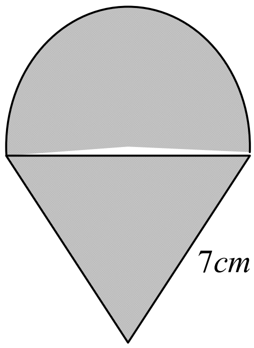
01. பின்வரும் அளவுகள் கொண்ட அரைவட்டத் தகடுகளின் சுற்றளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(i) ஆரை 7 cm (ii) விட்டம் 42 cm

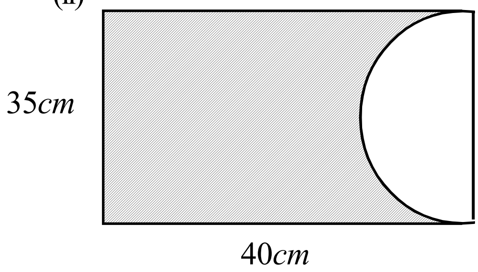
(iii) ஆரை 42 cm (iv) விட்டம் 28 cm

02. கீழே தரப்பட்ட உருக்களில், நிழற்றப்பட்ட பகுதியின் சுற்றளவைக் காண்க. (வளைந்த பகுதிகள் அரைவட்டம் ஆகும்)

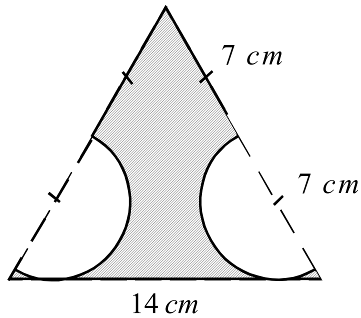
(i)



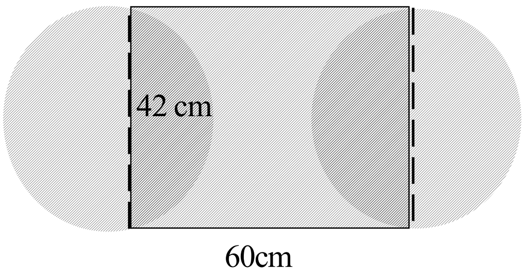
(ii)



(iii)



(iv)



05. ஒரு வண்டிச் சில்லின் விட்டம் 63 cm ஆகும். அது 5 முறை சுழன்று முன்னால் செல்கின்றது.

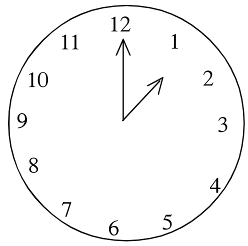
(i) சில்லு ஒரு முறை சுழலும் போது எவ்வளவு தூரம் செல்லும்?

(ii) சில்லு 5 முறை சுழலும்போது செல்லும் தூரத்தை மீற்றரில் தருக.

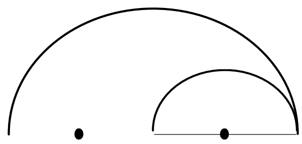
பிற்சோதனை

01. ஆரை 7 cm ஆகவுள்ள வட்டத்தின் பரிதியைக் காண்க.

02. சுவர்க் கடிகாரம் ஒன்றின் நிமிட முள் 14 cm நீளமுள்ளது. இதன் முனை மணித்தியாலம் ஒன்றிற்கு செல்லும் தூரம் எவ்வளவு?



03. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவின், பெரிய அரைவட்டத்தின் ஆரை 14 cm ஆகும். இது சிறிய அரைவட்டத்தின் விட்டமாகும்.



(i) சிறிய அரை வட்டத்தின் ஆரையாக அமையக்கூடியது.

a. 3.5 cm b. 14 cm c. 7 cm d. 28 cm

(ii) பெரிய அரை வட்ட வில்லின் நீளமாக அமைவது.

a. 66 cm b. 44 cm c. 88 cm d. 154 cm

(iii) சிறிய அரை வட்ட வில்லின் நீளமாக அமைவது.

a. 22 cm b. 28 cm c. 54 cm d. 21 cm

(iv) உருவின் சுற்றளவு

a. 44 cm b. 54 cm c. 66 cm d. 88 cm

19. பைதரகரசின் தொடர்பு

விடய உள்ளடக்கம்

- **செங்கோண முக்கோணியை இனங்காணல்.**
- **பைதகரசின் தொடர்பை வாய்ப்புப் பார்த்தல்**
- **பைதகரசின் தொடர்பைப் பயன்படுத்தி எளிய பிரசினங்களைத் தீர்த்தல்**
- **பைதகரசின் தொடர்பைப் பயன்படுத்தி அன்றாடம் சந்திக்கும் பிரசினங்களைத் தீர்த்தல்**

19.1 செம்பக்கம்

செங்கோண முக்கோணம் ஒன்றின் செங்கோணத்திற்கு எதிராக உள்ள பக்கம் செம்பக்கம் ஆகும். செம்பக்கம் அம்முக்கோணியின் மிக நீளமான பக்கமாகவும் அமையும்.

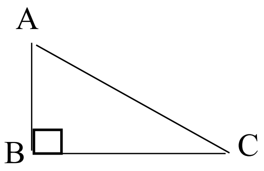
உதாரணம் : முக்கோணி ABC யில் $\hat{B}$ செங்கோணம்.

(i) இதனைக் காட்டப் பருமட்டான படம் ஒன்றை வரைக.

(ii) செம்பக்கத்தை எழுதுக.

(iii) செங்கோணத்தை அமைக்கும் பக்கங்களை எழுதுக.

(i)



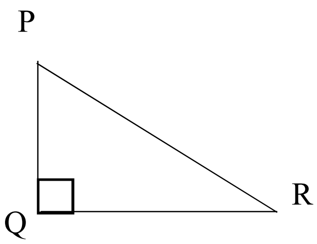
(ii) AC

(iii) AB, BC

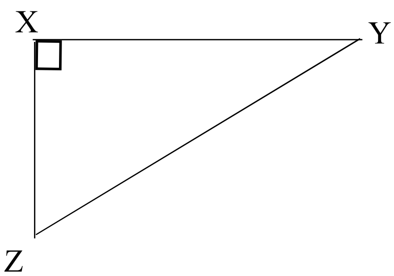
பயிற்சி 19.1

தரப்பட்ட உருக்களை அவதானித்து அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்க.

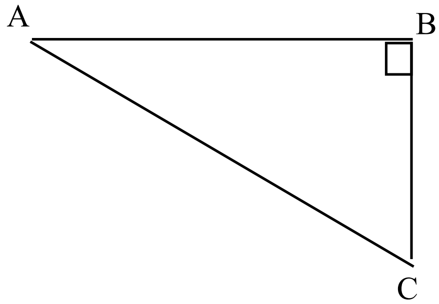
(i)



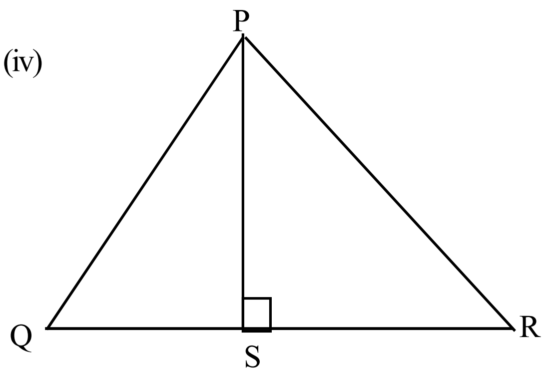
(ii)



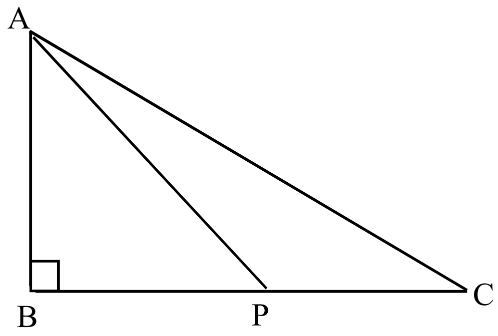
(iii)



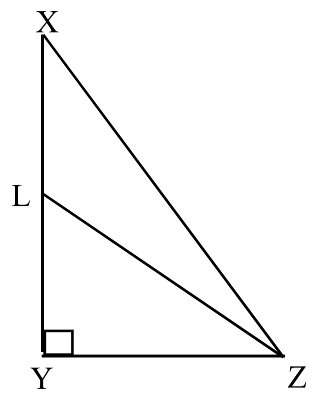
(iv)



(v)



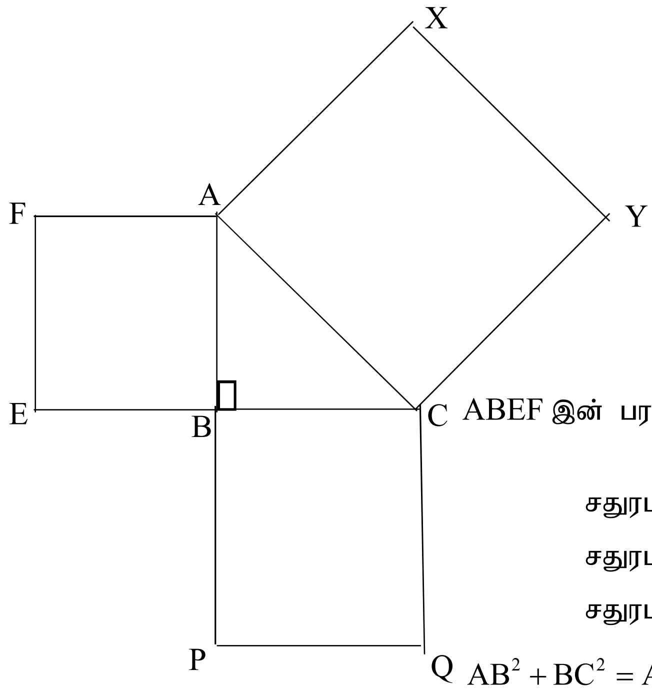
(vi)



முக்கோணி		செம்பக்கம்	செங்கோணத்தை ஆக்கும் பக்கங்கள்
(i)	PQR		
(ii)	XYZ		
(iii)	ABC		
(iv)	PQS		
	PSR		
(v)	ABC		
	ABP		
(vi)	XYZ		
	LYZ		

19.2 பைதகரசின் தொடர்பு

செங்கோண முக்கோணி ஒன்றில், செங்கோணத்தை அமைக்கும் பக்கங்கள் மீது வரையப்படும் சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகை, செம்பக்கத்தின் மீது வரையப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவிற்குச் சமனாகும்.



ABEF இன் பரப்பளவு $+$ BCQP இன் பரப்பளவு $=$ ACYX இன் பரப்பளவு

சதுரம் ABEF இன் பரப்பளவு $= AB^2$

சதுரம் BCQP இன் பரப்பளவு $= BC^2$

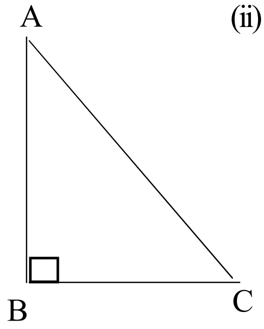
சதுரம் ACYX இன் பரப்பளவு $= AC^2$

$AB^2 + BC^2 = AC^2$ இது பைதகரசின் தொடர்பு ஆகும்

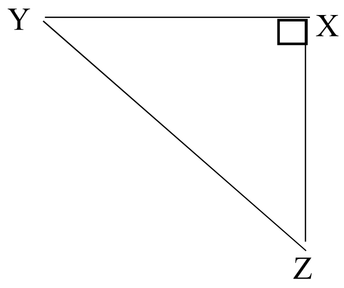
பயிற்சி 19.3

பின்வரும் செங்கோண முக்கோணிகளை அவதானித்துப் பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

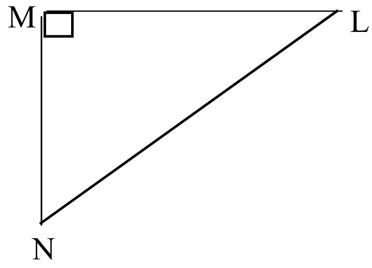
(i)



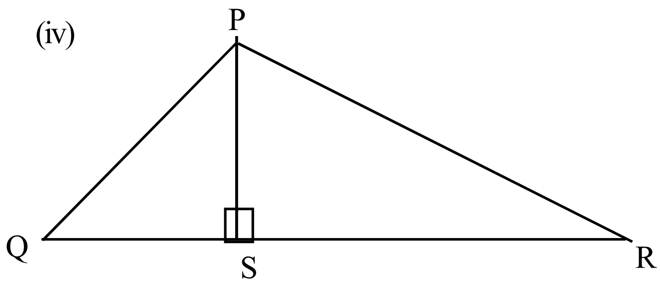
(ii)



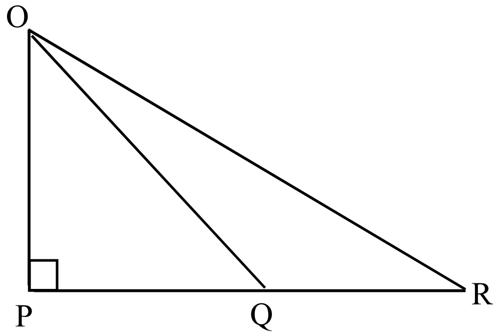
(iii)



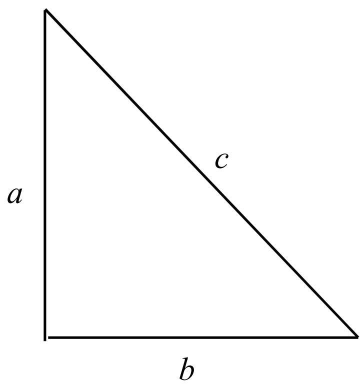
(iv)



(v)

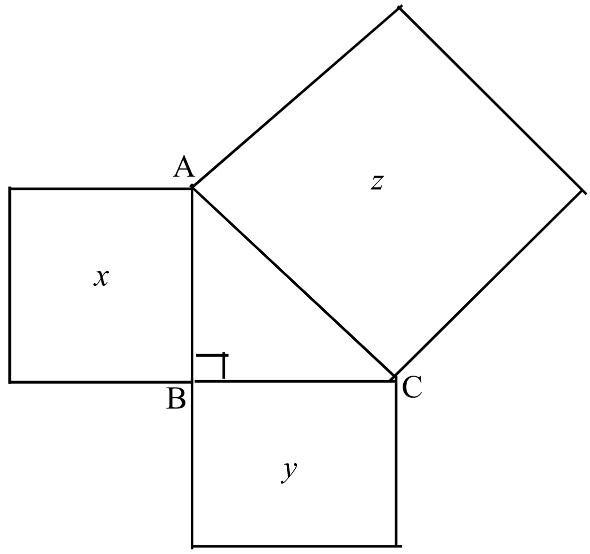


(vi)



முக்கோணி	பைதகரசின் தொடர்பு
(i) ABC	$AB^2 + BC^2 = AC^2$
(ii) XYZ	
(iii) MLN	
(iv) PQS	
PRS	
(v) OPQ	
(vi) OPR	

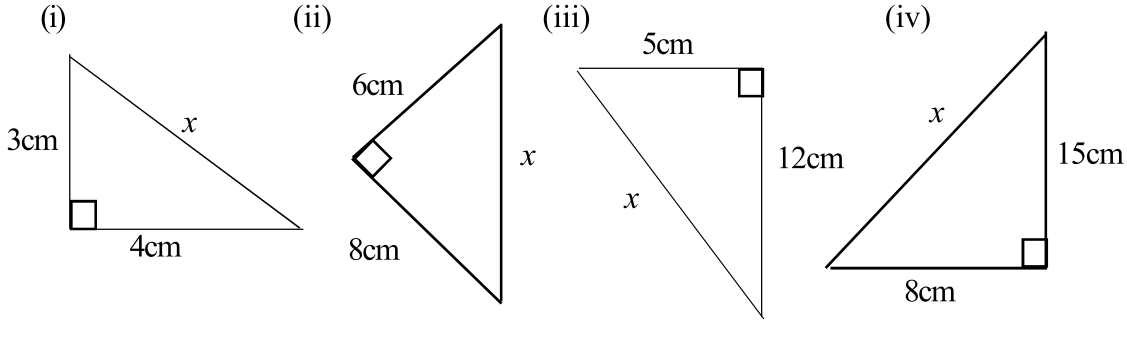
02. முக்கோணி ABC இல் பக்கங்களின் மீது வரையப்பட்ட சதுரங்களின் பரப்பளவு x, y, z ஆகும். அதற்கேற்ப அட்டவணையில் ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் இடைவெளிகளை நிரப்புக.



சந்தர்ப்பம் \ பரப்பளவு	x	y	z
(i)	9	16	....
(ii)	25	....	169
(iii)	......	64	100
(iv)	900	....	2500
(v)	....	225	289
(vi)	....	49	625

03 x இனால் காட்டப்பட்டுள்ள பக்கங்களின் நீளங்களைக் காண்க.

(i) (ii) (iii) (iv)



(i)
$x^2 = 3^2 + 4^2$
$= .... + ...$
$= ....$
$x = \sqrt{25}$
$= ....cm$

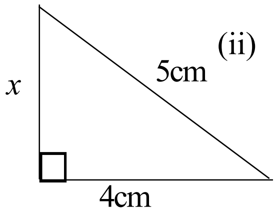
(ii)
$x^2 = ... + ...$
$= .... + ...$
$= ....$
$x = ...cm$

(iii)
$x^2 = ... + ...$
$= .... + ...$
$= ....$
$x = ...cm$

(iv)
$x^2 = 8^2 + 15^2$
$= .... + ...$
$= ....$
$x = ...$
$= ....cm$

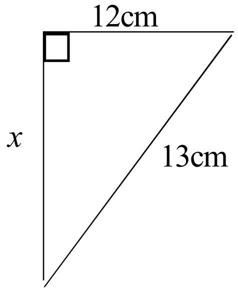
(b)

(i)



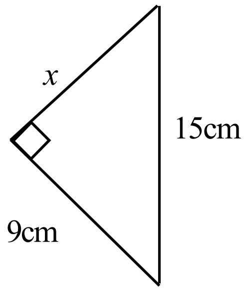
$$x^2+4^2=5^2$$
$$x^2+16=.......$$
$$x^2=25-16$$
$$x^2=9$$
$$x=\sqrt{9}$$
$$x=.........cm$$

(ii)



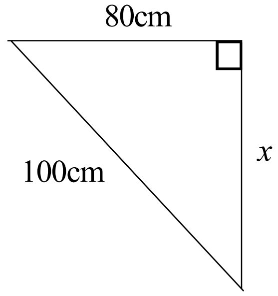
$$x^2+......=13^2$$
$$x^2+......=.......$$
$$x^2=.......-.......$$
$$x^2=.......$$
$$x=.......$$
$$x=.........cm$$

(iii)



$$x^2+......=15^2$$
$$x^2+......=.......$$
$$x^2=.......-.......$$
$$x^2=.......$$
$$x=.......$$
$$x=.........cm$$

(iv)



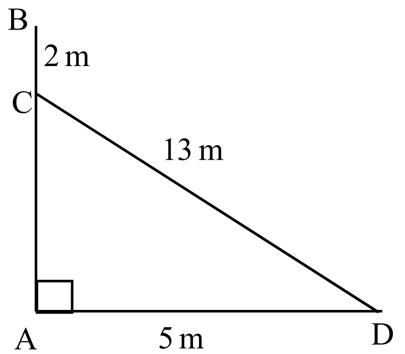
$$x^2+......=100^2$$
$$x^2+......=.......$$
$$x^2=.......-.......$$
$$x^2=.......$$
$$x=.......$$
$$x=.........cm$$

19.3 பைதகரசின் தொடர்பை அன்றாட வாழ்க்கையில் பயன்படுத்தும் சந்தர்ப்பங்கள்

உதாரணம்

01. AB என்பது கிடைத்தரையில் நிலைக்குத்தாக நடப்பட்ட ஒரு மின் கம்பமாகும். அதன் உச்சி B இல் இருந்து 2 m கீழே உள்ள புள்ளி C இல் கட்டப்பட்ட கம்பி ஒன்று தரையில் A யிலிருந்து 5m தூரத்திலுள்ள புள்ளி D உடன் இறுக்கமாக இருக்குமாறு கட்டப்பட்டுள்ளது.
    (i) இத்தரவுகளைப் பருமட்டாக வரிப்படம் ஒன்றில் குறித்துக் காட்டுக.
    (ii) AB இன் உயரத்தைக் காண்க.

(i)



(ii)
$$AC^2+AD^2=CD^2$$
$$AC^2+5^2=13^2$$
$$AC^2+25=169$$
$$AC^2=169-25$$
$$=144$$
$$AC=\sqrt{144}$$
$$AC=12\text{ m}$$

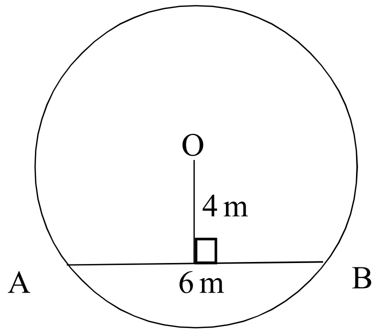
$$AB=AC+CB$$
$$=12+2$$
$$AB=14\text{ m}$$

கம்பத்தின் உயரம் 14 m

பயிற்சி 19.3

01. 15 m உயரமான கம்பம் ஒன்று கிடைத்தரையில் நிலைக்குத்தாக நடப்பட்டுள்ளது. அதன் உச்சியில் கட்டப்பட்ட இரு கம்பிகள் தரையில் கம்பத்திற்கு எதிர்ப்புறங்களில் முறையே 8m, 20m தூரத்தில் உள்ள இரு புள்ளிகளில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன.
    (i) இத்தரவுகளைப் பருமட்டான வரிப்படம் ஒன்றில் குறித்துக் காட்டுக.
    (ii) கம்பிகளின் நீளங்களைத் தனித்தனியாக காண்க.

02. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது O வை மையமாகவுடைய வட்ட வடிவான பூப்பாத்தி ஒன்றாகும். O வில் இருந்து 4 m தூரத்தில் உள்ள நாண் AB யின் நீளம் 6 m ஆகும். வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க.

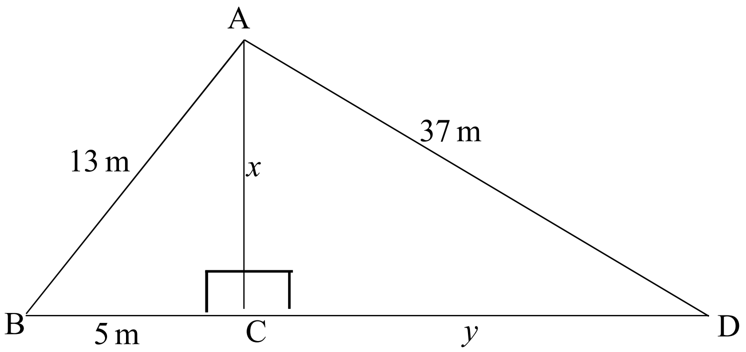


03. மின் கம்பம் ஒன்றின் உச்சியில் இருந்து 2 m தூரத்தில் மின் கம்பத்தை தொடுமாறு 10m நீளமான ஒரு ஏணி சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் அடி மின்கம்பத்தின் அடியிலிருந்து 6 m தூரத்தில் உள்ளது.

(i) தரப்பட்டுள்ள பருமட்டான வரிப்படத்தில் தரவுகளைக் குறிக்க.

(ii) தரையிலிருந்து மின் கம்பத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

04.



ABCD என்பது நிலத்தில் குறிக்கப்பட்ட நான்கு புள்ளிகள் ஆகும். அவற்றுக்கு இடையே உள்ள தூரங்கள் படத்தில் தரப்பட்டுள்ளன.

(i) தூரம் AC ஐக் காண்க.

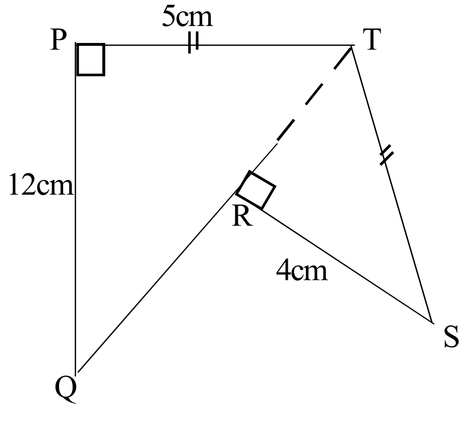
(ii) தூரம் CD எவ்வளவு?

(iii) முக்கோணி ABD யின் பரப்பளவு எவ்வளவு?

05. (i) முக்கோணி ABC யின் சுற்றளவு 120 cm ஆகும். AB = 30 cm, AC = 40 cm எனின் BC யின் நீளத்தைக் காண்க.

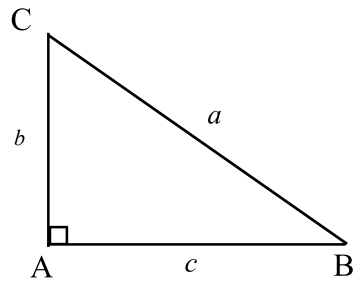
(ii) முக்கோணி ABC செங்கோண முக்கோணி என ஒரு மாணவன் கூறினான். நீர் அக் கூற்றுக்கு இணங்குகிறீரா? விளக்கம் தருக.

06. குழிவு பல்கோணி PQRST யின் சுற்றளவு எவ்வளவு? (சாடை : QT, RT யின் நீளங்களைக் காண்க)



பிற்சோதனை

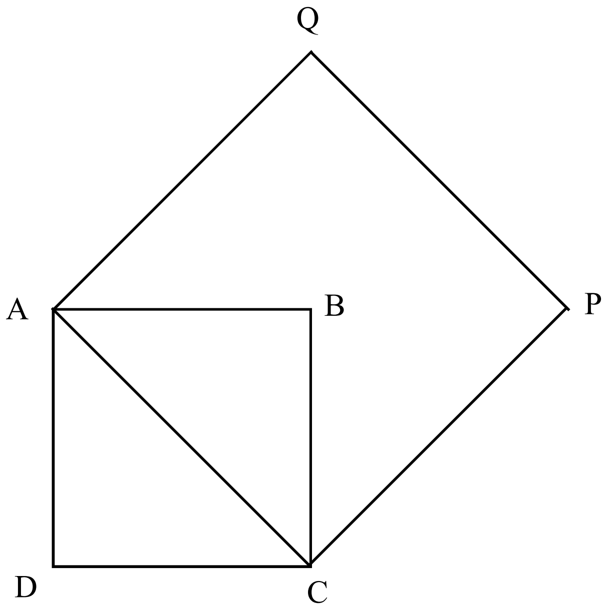
1. தரப்பட்டுள்ள வரிப்படத்தைக் கொண்டு அட்டவணையை நிரப்புக.



	a	b	c
(i)	....	8 cm	15 cm
(ii)	50 cm	30 cm	....
(iii)	10 cm	....	8 cm

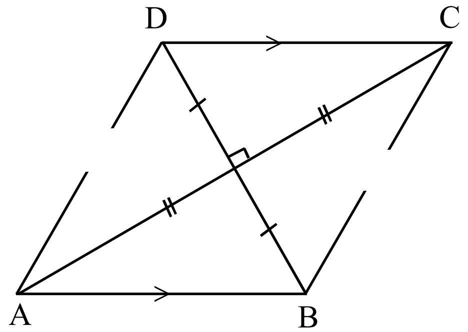
2. செவ்வகம் ABCD இல் $AB = 12\text{ cm}$, $BC = 5\text{ cm}$ ஆகும். மூலைவிட்டம் AC இன் நீளத்தைக் காண்க.

3.



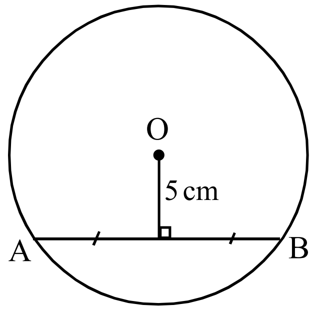
ABCD என்பது பக்க நீளம் 5 cm ஆகவுள்ள ஒரு சதுரம். ACPQ என்ற சதுரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க

4.



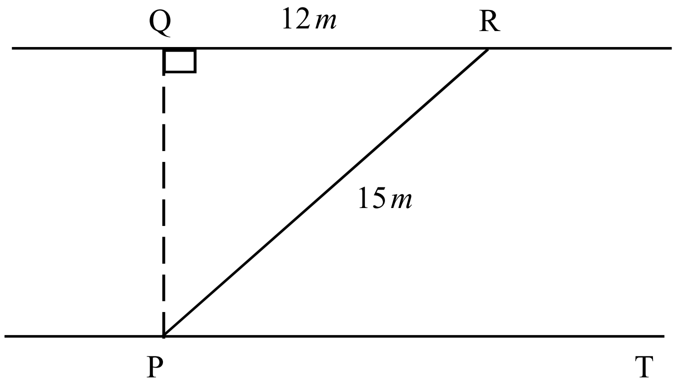
ABCD ஒரு சாய்சதுரம். அதன் மூலை விட்டங்களின் நீளங்கள் 12 cm, 16 cm ஆகும். சாய்சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

5. உருவில் தரப்பட்டுள்ள O ஐ மையமாகவுடைய வட்டத்தில், மையத்திலிருந்து 5 cm தூரத்தில் 24 cm நீளமான நாண் AB அமைந்துள்ளது. வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க.



6. 15 m நீளமான நேரான கோல், நிலைக்குத்தான சுவரொன்றின் மீது, அதன் கீழ் அந்தம் சுவரின் அடியிலிருந்து 9 m தூரத்தில் இருக்குமாறு சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. கோலின் மேல் அந்தம் தரையிலிருந்து எவ்வளவு உயரத்தில் காணப்படும்.

7. உருவில் காட்டப்படுவது சமாந்தரக் கரைகளைக் கொண்ட ஓர் ஆற்றின் QR, PT என்ற கரைகளாகும். P இலிருந்து Q ஐ நோக்கி நீந்த ஆரம்பித்த ஒருவர் PR என்ற நேர்கோட்டுப் பாதை வழியே சென்று மறு கரையில் R என்னும் புள்ளியை அடைந்தார். PR = 15 m , QR = 12 m எனின், ஆற்றின் அகலம் PQ ஐக் காண்க.



20. வரைபுகள்

விடய உள்ளடக்கம்

- y, x என்பவற்றுக்கிடையிலான தொடர்பை வகைகுறிக்கும் எளிய சமன்பாட்டில், y ஐ x இல் எழுதும் போது பெறப்படும் கோவையை x இலான சார்பு என இனங்காணல்.
- $y = mx$ வடிவிலான சார்பின் வரைபை வரைதல்
- $y = mx + c$ வடிவிலான சார்பின் வரைபை வரைதல்
- m இன் குறி, பருமன் என்பவற்றுக்கு ஏற்ப வரைபு மாற்றமடையும் தன்மையை அறிந்து கொள்ளல்
- $y = mx + c$ என்ற சார்பினது வரைபில் m மூலம் படித்திறனும், c மூலம் வெட்டுத்துண்டும் கிடைக்கும் என்பதை அறிதல்
- $y = mx + c$ வடிவிலான சார்பை அவதானித்து வரைபின் படித்திறன், வெட்டுத்துண்டுகளை எழுதுதல்
- தரப்பட்ட ஆயிடையினுள் $ax + by = c$ வடிவிலான சார்பின் வரைபை வரைதல்
- ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமான வரைபுகளின் படித்திறன்கள் தொடர்பாக விபரித்தல்

20.1 ஆள்கூற்றுத்தளம்

- இரு எண்கோடுகளை அவற்றின் O ஐக் குறிக்கும் புள்ளிகளில் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக வெட்டுமாறு வரைந்து ஆள்கூற்றுத் தளம் ஒன்றைப் பெற்றுக் கொள்ளல்.
- ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் அமையும் எந்தப் புள்ளியினதும் ஆள்கூறுகளை வரிசைப்பட்ட சோடியாக எழுதுதல்
- y அச்சுக்குச் சமாந்தரமான நேர்கோட்டை $x = h$ என எழுதுதல், x அச்சுக்குச் சமாந்தரமான நேர்கோட்டை $y = k$ என எழுதுதல். (இங்கு h, k என்பன ஒருமைகள்)

உதாரணம் : 1

(i) x, y அச்சுகள் இரண்டிலும் -4 இல் இருந்து +4 வரை வரையப்பட்ட ஆள்கூற்றுத் தளம் ஒன்றில் பின்வரும் புள்ளிகளைக் குறிக்க.

(a) (3, 3), (3, 2), (3, 0), (3, -1)

(b) (-3, 4), (-2, 4), (0, 4), (2, 4)

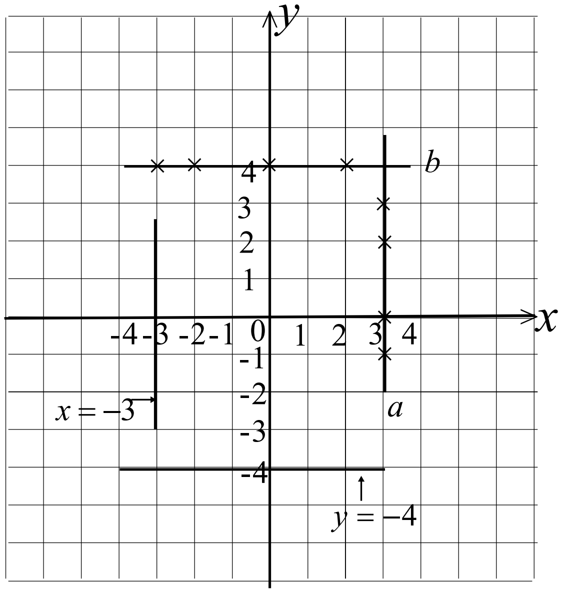
(ii) (a) இல் தரப்பட்ட புள்ளிகளை இணைத்து பெறப்படும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(iii) (b) இல் தரப்பட்ட புள்ளிகளை இணைத்து பெறப்படும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(iv) மேலே உள்ள ஆள்கூற்றுத் தளத்திலேயே $x = -3$, $y = -4$ நேர் கோட்டு வரைபுகளையும் வரைக.

(i) $x = 3$

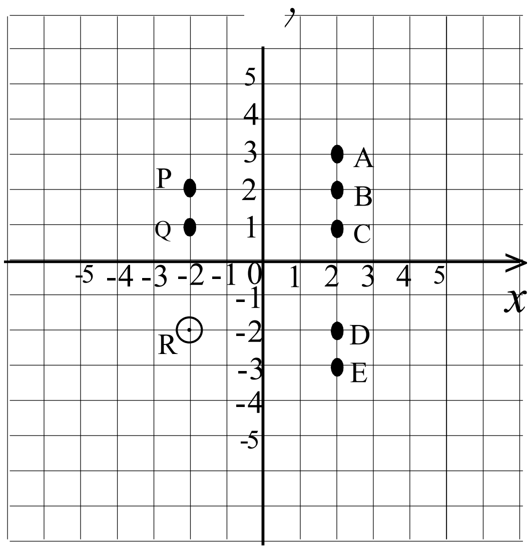
(ii) $y = 4$



பயிற்சி : 20.1

01. ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளை அவதானித்துக் கீழே உள்ள அட்டவணையின் A இலுள்ள புள்ளிகளை B யிலுள்ள, ஆள்கூறுகளுடன் இணைக்க.

A	B
புள்ளி	ஆள்கூறு
A	(2, 1)
B	(-2, 2)
C	(2, 3)
D	(-2, -2)
E	(2, -3)
P	(-2, 1)
Q	(2, 2)
R	(2, -2)



(i) நேர் விளிம்பைப் பாவித்து A ஐயும் E ஐயும் இணைக்க.

(ii) கோடு AE மீது அமைந்த ஏனைய புள்ளிகள் எவை?

(iii) PB, PR, RD புள்ளிகளையும் இணைக்க.

அவற்றுக்குப் பொருத்தமான நேர் கோட்டுச் சமன்பாடுகளை இனங் கண்டு இணைக்க.

பகுதி A	பகுதி B
AE	$y = -2$
PB	$y = 2$
PR	$x = 2$
RD	$x = -2$
	$y = -1$

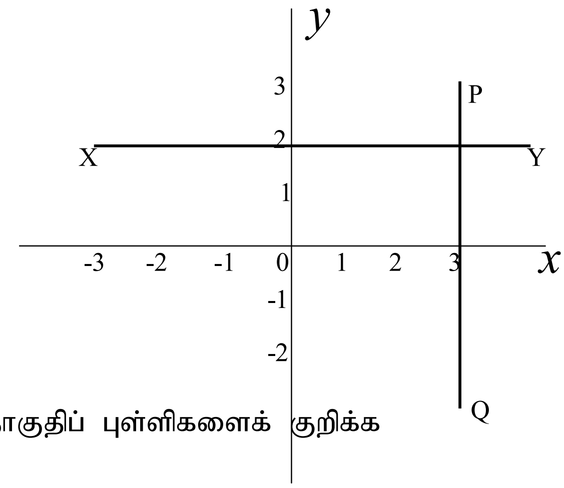
02. உருவில் உள்ள ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் PQ, XY எனும் நேர்கோடுகள் வரையப்பட்டுள்ளன.

(i) PQ வின் சமன்பாடு யாது?

(ii) XY யின் சமன்பாடு யாது?

(iii) PQ, XY என்பன இடைவெட்டும் புள்ளி எது என தரப்பட்ட ஆள்கூறுகளில் இருந்து தெரிவு செய்க.

(2, 3), (3, 2), (3, 0), (2, 0)



03. (i) ஆள்கூற்றுத்தளத்தின் மீது பின்வரும் தொகுதிப் புள்ளிகளைக் குறிக்க

(a) (2,5), (2,3), (2,0), (2,-3)

(b) (-3,4), (-3,1), (-3,2), (-3,-4)

(c) (-4,4), (-2,4), (0,4), (3,4)

(d) (-3,-3), (-1,-3), (1,-3), (4,-3)

(ii) ஒவ்வொரு தொகுதியிலும் உள்ள புள்ளிகளை இணைப்பதால் பெறப்படும் நேர் கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

(a) .... (b) ....

(c) .... (d) ....

04. $x = 6,\ x = 2,\ y = 4,\ y = 5$ என்பவற்றால் குறிக்கப்படும் நேர் கோடுகள் வெட்டும் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை வரைபு வரையாமல் எழுதுக.

(.......... , ...) , (.......... , ...) , (.......... , ...) , (.......... , ...)

20.2 சார்பு

$y = mx + c$ என்பதன் மூலம் ஒரு சார்பு குறிக்கப்படுகின்றது. இங்கு x இன் படி (வலு) ஒன்றாக (1) இருப்பதால் இது ஏகபரிமாணச் சார்பாகும். இங்கு m, c என்பன மாறிலிகள் (ஒருமைகள்) ஆகும். x இற்கு பல எண்களைப் பிரதியிடுவதன் மூலம் அதற்குரிய y இன் பெறுமானங்களைப் பெற்றுக் கொள்ளலாம்.

உதாரணம் 2 : தரப்பட்ட சார்பானது ஏகபரிமாணமானவையா எனக் காரணத்துடன் கூறுக.

(a) $y = 5x$ (b) $y = x^2 + 1$

(c) $y = (x+2)(x-2)$ (d) $y = -2x + 5$

(a) $y = 5x$ எகபரிமாண வரைபு ஆகும். (x இன் சுட்டி 1 ஆக இருப்பதால்)

(b) $y = x^2 + 1$ எகபரிமாண வரைபு அல்ல. (x இன் சுட்டி 2 ஆக இருப்பதால்)

(c) $y = (x+2)(x-2)$ ஏகபரிமாணச் சார்பு அல்ல. (அடைப்புக்குறியை நீக்கும்போது x இன் சுட்டி 2 ஆக இருப்பதால்)

(d) $y = -2x + 5$ ஏகபரிமாணச் சார்பு ஆகும். (x இன் படி 1 ஆக இருப்பதால்)

உதாரணம் 3

$y = 2x + 3$ என்ற வரைபை வரையத் தேவையான y இன் ஆள்கூறுகளைக் காண்க. x பின்வரும் பெறுமானங்களை எடுக்கும்போது y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. $\left(x = 2, 1, \frac{1}{2}, 0, -1\right)$

x	$2x+3$	சுருக்குதல்	y	ஆள்கூறுகள்
2	$2\times2+3$	$4+3$	7	$(2, 7)$
1	$2\times1+3$	$2+3$	5	$(1, 5)$
$\frac{1}{2}$	$2\times\frac{1}{2}+3$	$1+3$	4	$\left(\frac{1}{2}, 4\right)$
0	$2\times0+3$	$0+3$	3	$(0, 3)$
-1	$2\times-1+3$	$-2+3$	1	$(-1, 1)$

பயிற்சி 20.2

01. தரப்பட்ட சார்புகளில் இருந்து ஏகபரிமாணமானச் சார்புகளை அல்லது அவ்வாறு எழுதக் கூடியவற்றைத் தெரிவு செய்க.

(i) $y = x$ (ii) $2y = 5x^2$ (iii) $y = (2x+3)$

(iv) $y = 2 - 3x$ (v) $3y = 5x^2 + 5$ (vi) $2x + 3y = 6$

(vii) $y = (x-2)(x+3)$ (viii) $x^2 = x - y$

02. பின்வரும் சார்புகளில் y இன் பெறுமானங்களைக் காண்பதற்கு இடைவெளி நிரப்புக.

(a) $y = 2x$ (b) $y = \frac{2}{3}x$ (c) $y = -2x + 1$

x	$2x$	y	(x, y)
-2	2×-2	-4	$(-2, -4)$
-1	2×-1	.....	....
0	2×0	.....	....
1	2×1	.....	....
3	2×3	.....	....

x	$\frac{2}{3}x$	y	(x, y)
-3	$\frac{2}{3}\times-3$	-2	....
0	....	.....	....
3	....	.....	....
6	....	.....	....

x	$-2x+1$	y	(x, y)
-2	$-2\times-2+1$	....	....
-1	....	....	....
0	....	....	....
1	....	....	....

20.3 $y = mx$ வடிவில் உள்ள சார்பின் வரைபுகள்

$y = mx$ வடிவில் அமைந்த சார்பினது வரைபு

- எப்போதும் (0, 0) புள்ளி, அதாவது உற்பத்திப் புள்ளியின் ஊடாகச் செல்லும்.
- m மூலம் வரைபின் படித்திறன் காட்டப்படும்.
- m இன் பெறுமானம் நேர்ப்பெறுமானமாக இருக்கும்போது, அச்சார்பின் வரைபானது x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் கூர்ங்கோணத்தை அமைக்கும்.
- m இன் பெறுமானம் மறைப்பெறுமானமாக இருக்கும்போது, அச்சார்பின் வரைபானது x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் விரிகோணத்தை அமைக்கும்.
- m இன் பெறுமானம் அதிகரிக்கும்போது சாரபின் வரைபு, x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் அமைக்கும் கோணத்தின் பெறுமானமும் அதிகரிக்கும்.
- m இன் பெறுமானம் மறையாக அதிகரிக்கும்போது சார்பின் வரைபு, x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் அமைக்கும் விரிகோணத்தின் பெறுமானமும் அதிகரிக்கும்.

உதாரணம் : 4

x இன் பெறுமானங்களாக -2, -1, 0, 1 ஆகியவற்றைக் கொண்டு $y = 2x, y = -x, \ y = -2x$ எனும் சார்புகளின் வரைபுகளை,

(i) ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.

(ii) வரைந்த வரைபுகளில் காணக்கூடிய பொதுப் பண்புகள் இரண்டைத் தருக.

(iii) ஒவ்வொரு வரைபும் x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் அமைக்கும் கோணம் எவ்வகையைச் சார்ந்தது எனக் குறிக்க.

(iv) $x = 2$ எனின் $y = 2x$ எனும் சார்பின் y இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(v) $x = 2$ எனின் $y = -x, \ y = -2x$ ஆகிய சார்புகளின் y க்குரிய பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) வரைபை வரைவதற்காகப் பெறுமான அட்டவணைகளைத் தயாரித்தல்

$y = 2x$

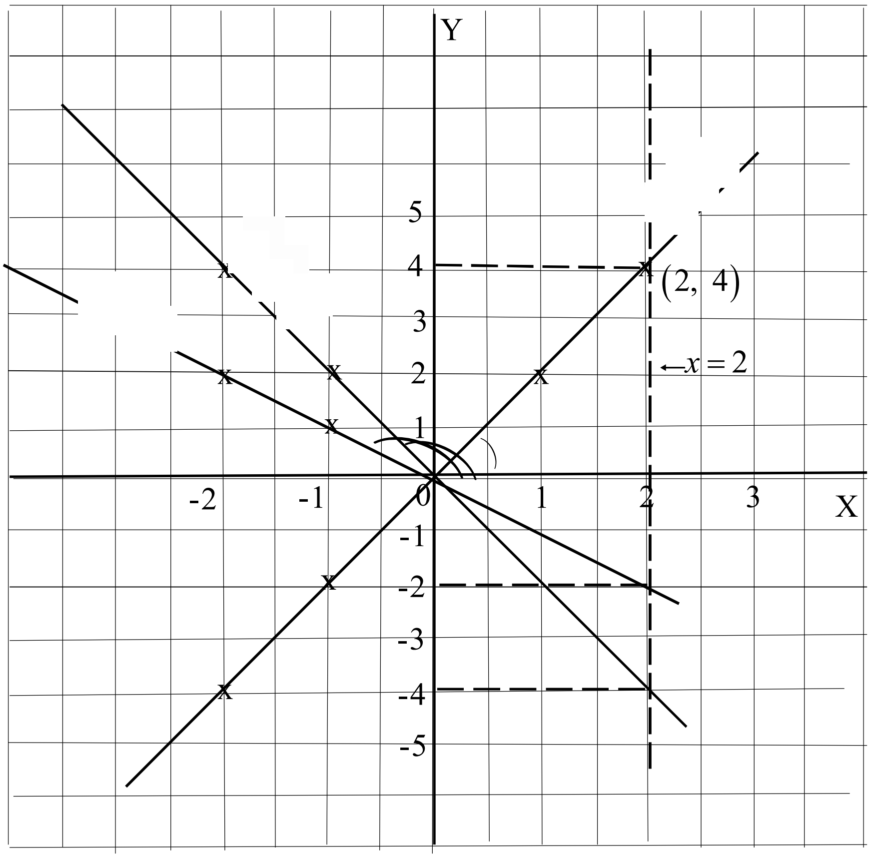
x	$2x$	y	(x, y)
-2	2×-2	-4	$(-2, -4)$
-1	2×-1	-2	$(-1, -2)$
0	2×0	0	$(0, 0)$
1	2×1	2	$(1, 2)$

$y = (-x)$

x	$-x$	y	(x, y)
-2	$-(-2)$	2	$(-2, 2)$
-1	$-(-1)$	1	$(-1, 1)$
0	$-(0)$	0	$(0, 0)$
1	$-(1)$	-1	$(1, -1)$

$y = -2x$

x	$-2x$	y	(x, y)
-2	-2×-2	-4	$(-2, -4)$
-1	-2×-1	-2	$(-1, -2)$
0	-2×0	0	$(0, 0)$
1	-2×1	-2	$(1, -2)$



(ii) எல்லா வரைபுகளும் நேர்கோடுகளாகும். அவை எல்லாம் (0,0) புள்ளியினூடு செல்கின்றன.

(iii) $y = 2x$ என்பது x அச்சின் நேர்த்திசையுடன் கூர்ங்கோணத்தை அமைக்கும், $y = -x$, $y = -2x$ ஆனவை x அச்சின் நேர்த்திசையுடன் விரிகோணத்தை அமைக்கும்.

(iv) $x = 2$ எனின் $y = 2x$ எனும் சார்பில் y இன் பெறுமானம் 4 ஆகும். (y = 4)

(v) $x = 2$ எனின், $y = -x$ எனும் சார்பில் y இன் பெறுமானம் -2 ஆகும்.

$x = 2$ எனின், $y = -2x$ எனும் சார்பில் y இன் பெறுமானம் -4 ஆகும்.

உதாரணம் 5 :

தரப்பட்ட சார்புகளால் குறிக்கப்படும் நேர்கோடுகளின் படித்திறன்களைக் காண்க.

(i) $y = 2x$ (ii) $2y = 5x$ (iii) $-\frac{1}{2}y = x$

(i) $m = 2$

(ii) $2y = 5x$

$y = \frac{5}{2}x$

$m = \frac{5}{2}$

(iii) $-\frac{1}{2}y = x$

$-y = 2x$

$y = -2x$

$m = -2$

உதாரணம் : 6

(0, 0), (2, 6) என்ற புள்ளிகளின் ஊடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

நேர்கோடு உற்பத்திப்புள்ளியினூடு செல்வதால் $y = mx$ வடிவமுடையது

$y = mx$

$6 = m \times 2$

$\frac{6}{2} = m$

$3 = m$

$y = 3x$ ஆகும்.

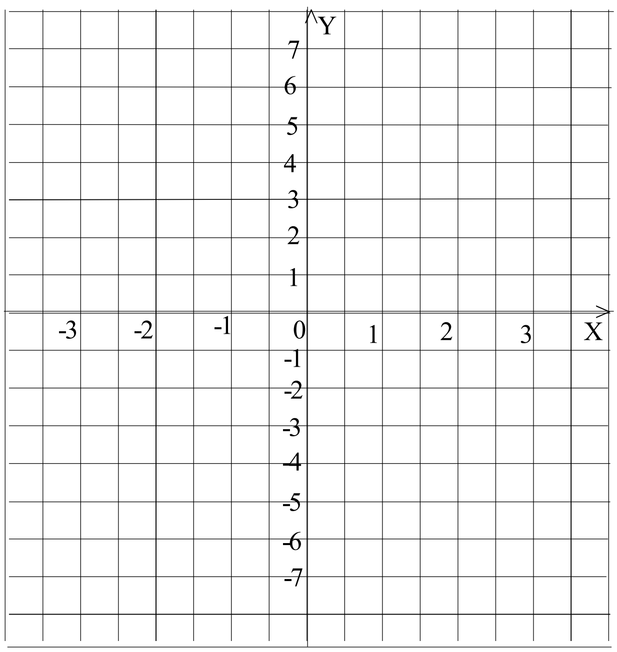
பயிற்சி : 20.3

01. (i) $y = 3x$ என்ற சார்பின் வரைபை வரையத் தேவையான ஆள்கூறுகளைக் கொண்ட அட்டவணையை நிரப்புக.

x	$3x$	y	(x, y)
-2	3×-2	-6	(-2, -6)
-1	3×-1	....	....
0	$3 \times$......	....	....
1	....	....	....
2	....	....	....

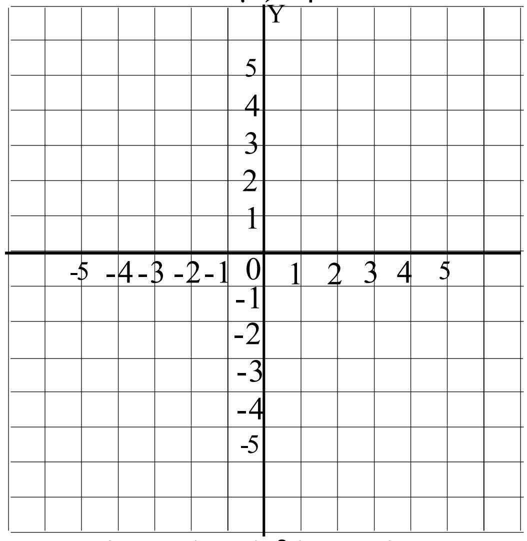
(ii) தரப்பட்ட ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் சார்பின் வரைபை வரைக

(iii) $x = 3$ ஆகும்போது y இன் பெறுமானத்தை வரைபைப் பயன்படுத்திக் காண்க.



02. $y=-2x$ என்ற சார்பை வரையப் பொருத்தமான அட்டவணையை நிரப்புக.

x	-2x	y	(x, y)
-2	-2×-2	4	(-2, 4)
-1	-2×-1	2	....
0	-2×0	0	....
1	-2×1	-2	....
2	-2×2	-4	....



(i) அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்க.

(ii) சார்பின் வரைபை வரைக.

(iii) $x=\frac{1}{2}$ ஆகும்போது y இன் பெறுமானத்தை வரைபைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

(iv) $y=3$ ஆகும் போது x இன் பெறுமானத்தை வரைபின் மூலம் காண்க.

03. தரப்பட்ட நேர்கோடுகளின் படித்திறன்களைக் காண்க.

	நேர்கோடு	$y=mx$	படித்திறன்
(i)	$y=5x$	$y=5x$	....
(ii)	$3y=6x$	$y=2x$	2
(iii)	$\frac{1}{3}y=2x$	....	....
(iv)	$5y=-2x$	....	....
(v)	$x+y=0$	....	....
(vi)	$\frac{2}{3}y-x=0$	....	....

04. கீழே தரப்பட்ட இடைவெளிகளை நிரப்புவதன் மூலம், தரப்பட்டுள்ள இரு புள்ளிகளினூடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(i) (0, 0), (2, 4)

$y=mx$ இல் $x=2$ எனின் $y=$........

$4=m\times$......

........$=m$

$\therefore y=$.......

(ii) (0, 0), (-3, -6)

$y=mx$ இல் $x=$...... எனின் $y=(-6)$

$-6=m\times$......

........$=m$

$\therefore y=$.......

(iii) (4, 2), (0, 0)

$x = 4$, $y = ...$

$2 = m \times ......$

$m = ...$

$\therefore y = ...$

(iv) (-5, 2), (0, 0)

$x = -5$, $y = ...$

$2 = m \times ......$

$m = ...$

$\therefore y = ...$

20.4 $y = mx + c$ என்ற வடிவில் அமைந்த சார்புகளின் வரைபுகள்

$y = mx + c$ என்ற வரைபில்

- m என்பது படித்திறனும், c என்பது வெட்டுத் துண்டும் ஆகும்.
- வரைபு எப்போதும் நேர்கோடாகவே இருக்கும்.
- வரைபு y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு (0, c) ஆகும்.

உதாரணம் : 7

(i) -2, -1, 0, 1, 2, 3 ஆகிய x இன் பெறுமானங்களைக் கொண்டு $y = 2x - 3$ எனும் நேர்கோட்டை வரையத் தேவையான அட்டவணை ஒன்றைத் தயாரிக்க.

(ii) சார்புக்குரிய வரைபை வரைக.

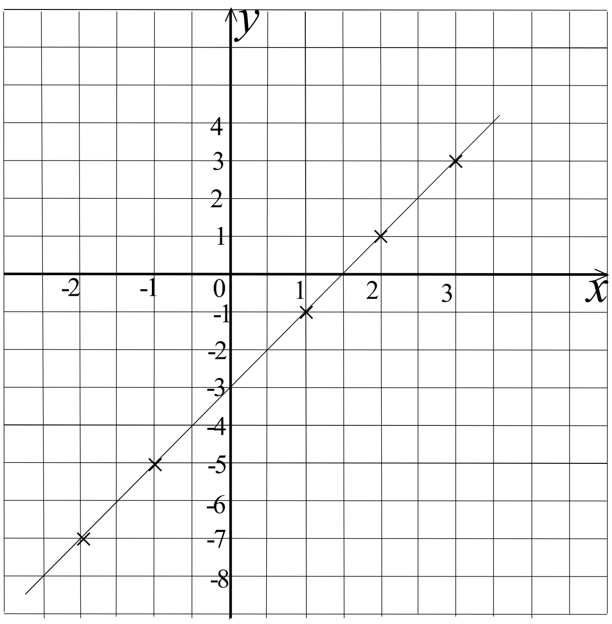
(iii) $y = 2x - 3$ யின் வெட்டுத்துண்டு எவ்வளவு?

(iv) $y = 2x - 3$ எனும் சார்பு y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

(i)

x	$2x-3$	சுருக்கல்	y	(x, y)
-2	$2\times-2-3$	$-4-3$	-7	(-2, -7)
-1	$2\times-1-3$	$-2-3$	-5	(-1, -5)
0	$2\times0-3$	$0-3$	-3	(0, -3)
1	$2\times1-3$	$2-3$	-1	(1, -1)
2	$2\times2-3$	$4-3$	1	(2, 1)
3	$2\times3-3$	$6-3$	3	(3, 3)

(ii)



(iii) -3

(iv) (0 , -3)

உதாரணம் : 8

(i) $3y = 4x - 6$ என்ற நேர்கோட்டின் படித்திறனையும் வெட்டுத் துண்டையும் காண்க.

(ii) படித்திறன் $\frac{-1}{2}$ ஆகவும் வெட்டுத் துண்டு 3 ஆகவும் கொண்ட சமன்பாட்டை எழுதுக.

(i) $3y = 4x - 6$

$y = \frac{4}{3}x - 2$ (y ஐ எழுவாயாக மாற்றுதல், 3 ஆல் வகுத்தல்)

$\therefore$ படித்திறன் $\frac{4}{3}$, வெட்டுத்துண்டு -2

($y = mx + c$ வடிவில் அமையும்போது m படித்திறன், c வெட்டுத்துண்டு ஆகும்)

(ii) $y = -\frac{1}{2}x + 3$

பயிற்சி 20.4

01.

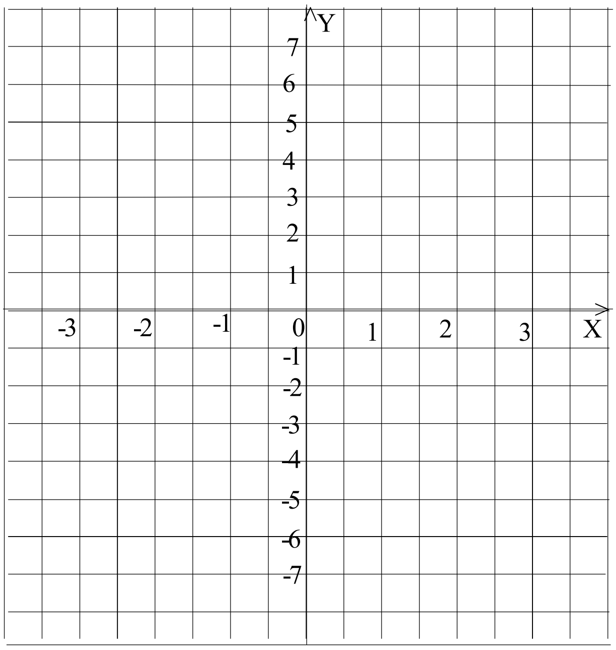
	நேர்கோடு	$y = mx + c$	படித்திறன்	வெட்டுத்துண்டு	சார்பு y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு
(i)	$y = 5x - 2$	$y = 5x - 2$	....	-2	(0, -2)
(ii)	$3y = 6x - 3$	....	....	....	....
(iii)	$2y =$	$y = \frac{1}{2}x + 1$	....	....	....
(iv)	$6 = 2x + 3y$	....	....	....	....
(v)	$0 = 3x - 2y - 2$	....	....	....	....
(vi)	$1 = \frac{x}{2} + \frac{y}{3}$	....	....	....	....
(vii)	$5 = \frac{2y}{3} - x$	....	....	....	....

02. $y = 3x + 2$ என்ற நேர்கோட்டின் வரைபை வரையத் தேவையான பெறுமானங்களைக் கொண்ட அட்டவணையை நிரப்புக.

(i)

x	$3x + 2$		y	(x, y)
-2	$3 \times -2 + 2$	$-6 + 2$	-4	(-2, -4)
-1	$3 \times -1 + 2$	....	....	....
0	$3 \times 0 + 2$	$0 + 2$	....	....
1	$3 \times 1 + 2$	....	....	....
2	$3 \times 2 + 2$	....	....	....

(ii) $y = 3x + 2$ என்ற நேர்கோட்டின் வரைபை ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.



(iii) $y = 3x + 2$ என்ற சார்பு y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

(iv) $x = 1.5$ ஆகும்போது y இன் பெறுமானத்தை வரைபைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

03. (i) $y = -2x + 3$, $y = -2x - 2$ சார்புகளின் வரைபை வரையத் தேவையான அட்டவணைகளை நிரப்புக.

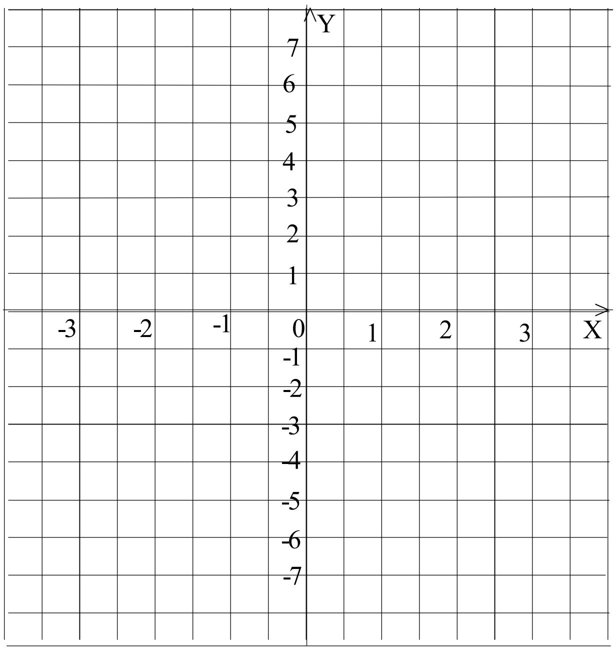
$y = -2x + 3$

x	$-2x + 3$	சுருக்கல்	(x, y)
-3	$-2\times-3+3$	6 + 3	(9, ...)
-2	$-2\times-2+3$	....	(7, ...)
-1	$-2\times-1+3$	....	(5, ...)
0	$-2\times0+3$	....	(0, ...)
1	$-2\times1+3$	....	(1, ...)

$y = -2x - 3$

x	$-2x + 3$	சுருக்கல்	(x, y)
-3	$-2\times-3-3$	6 − 3	(......, ...)
-2	$-2\times-2-3$	....	(......, ...)
-1	$-2\times-1-3$	....	(......, ...)
0	$-2\times0-3$	....	(......, ...)
1	$-2\times1-3$	....	(......, ...)

(ii) இரு வரைபுகளையும் தரப்பட்டுள்ள ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.



(iii) இரு வரைபுகளினதும் படித்திறன், வெட்டுத்துண்டு என்பவற்றைத் தருக.

(iv) இரு வரைபுகளின் அமைவுகளைக் கருதும் போது அவற்றில் காணப்படும் பொது இயல்புகள் எவை என எழுதுக.

20.5 $ax + by = c$ எனும் வடிவிலுள்ள சார்புகளின் வரைபுகள்

- சார்பு நேர்கோட்டு வரைபாகும்.
- $a \times b = c$ ஆகும்போது x அச்சை $(b, 0)$ இலும் y அச்சை $(0, a)$ இலும் இடைவெட்டும் நேர்கோடு கிடைக்கும்.

உதாரணம் : 9

(i) $2x + 3y = 6$ சார்பின் வரைபை வரைவதற்கு முன் தரப்பட்ட அட்டவணையை நிரப்புக.

$2x + 3y = 6$

x	0	......	-3
y	....	0	....

(ii) மேற்கூறப்பட்ட சார்பின் வரைபை வரைக.

(iii) நீர் வரைந்த வரைபு x அச்சையும் y அச்சையும் வெட்டும் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

(iv) $2x + 3y = 6$ சார்பின் x இனதும் y இனதும் குணகங்களின் பெருக்கத்திற்கு மாறா உறுப்புக்கும் உள்ள தொடர்பைப் பெறுக.

(v) சார்பின் x, y என்பவற்றின் குணகங்களில் இருந்து வரைபு x, y அச்சுக்களை வெட்டும் புள்ளிகளைப் பெறுக.

(vi) $3x + 4y = 12$ எனும் சார்பு x, y அச்சுக்கள் வெட்டும் புள்ளிகளை, வரைபு வரையாமல் பெறுக.

விடைகள் :

(i) $2x+3y=6$, $x=0$ ஆகும்போது y ஐக் காண $x=0$ ஐ பிரதியிடல்,

$2\times 0+3y=6$

$3y=6$

$y=\frac{6}{3}=2$

$y=0$ ஆகும்போது x ஐக் காண்க. $2x+3y=6$ க்கு y = 0 ஐ பிரதியிடல்,

$2x+3\times 0=6$

$2x=6$

$x=3$

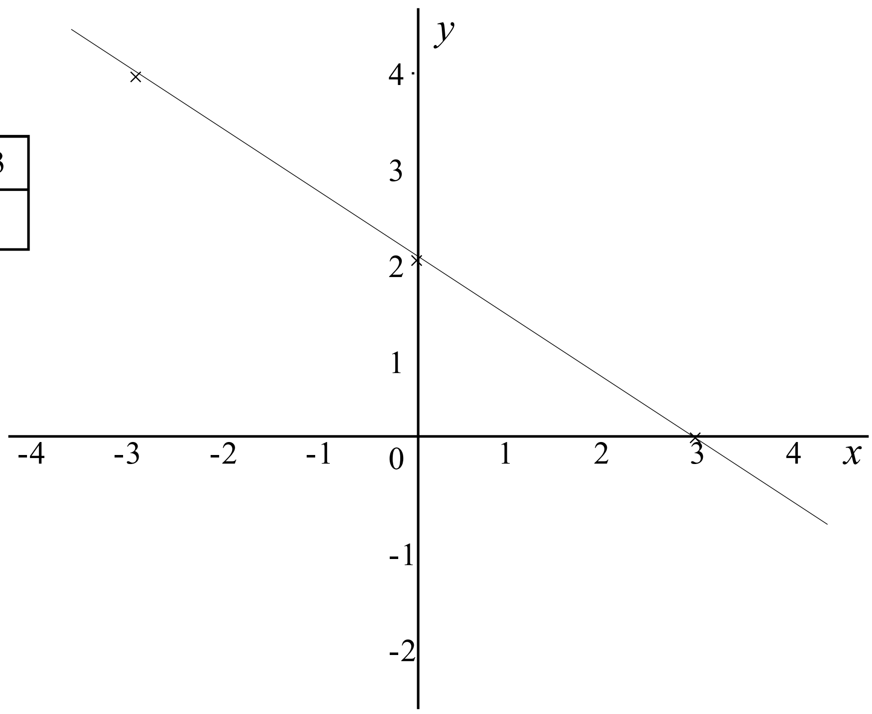
$x=-3$ ஆகும்போது y ஐக் காண்பதற்கு $2x+3y=6$ இல் $x=-3$ ஐ பிரதியிட

$2\times(-3)+3y=6$

$3y=6+6=12$

$y=4$

x	0	3	-3
y	2	0	4



(iii) x அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு (3, 0)

y அச்சு வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு (0, 2)

(iv) $2x+3y=6$ இன் x இனது குணகம் $=2$

y இனது குணகம் $=3$

குணகங்களின் பெருக்கம் $=6$

மாறாத உறுப்பு $=6$

$\therefore$ குணகங்களின் பெருக்கம் மாறாத உறுப்புக்குச் சமனாகும்.

(v) $2x+3y=6$ இன் x இன் குணகம் 2 ஆகும். வரைபு y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு $(0, 2)$

$2x+3y=6$ இன் y இன் குணகம் 3 ஆகும். வரைபு x அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு $(3, 0)$

(vi) $3x+4y=12$ இன் x இனது குணகம் $=3$

y இனது குணகம் $=4$

குணகங்களின் பெருக்கம் $=12$

மாறாத உறுப்பு $=12$

x அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு $(4, 0)$

y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு $(0, 3)$

உதாரணம் 10

(i) $3x-2y=5$ எனும் சார்பில் y ஐ எழுவாயாக்குக.

(ii) சார்புக்குரிய வரைபை வரையத் தேவையான கீழே உள்ள அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்க.

x	-1	0	1
y	.....	.....	.....

(iii) மேலே உள்ள சார்பின் வரைபை வரைக.

(iv) நீங்கள் வரைந்த வரைபைக் கொண்டு அது x, y அச்சுக்களை வெட்டும் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

விடைகள்.

(i) $3x-2y=5$

$-2y=5-3x$

$$y=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$$

(ii) $x=-1$, 0, 1 எனக் கொடுக்கப்பட்டபோது y ஐக் காண

$y=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$ யில்

$x=(-1)$ ஐப் பிரதியிட

$$y=\frac{3}{2}\times -1-\frac{5}{2}$$

$$y=\frac{-3}{2}-\frac{5}{2}$$

$$y=\frac{-8}{2}$$

$$=(-4)$$

$x=0$ ஐ பிரதியிடல்

$$y=\frac{3}{2}\times 0-\frac{5}{2}$$

$$y=0-\frac{5}{2}$$

$$y=-2\frac{1}{2}$$

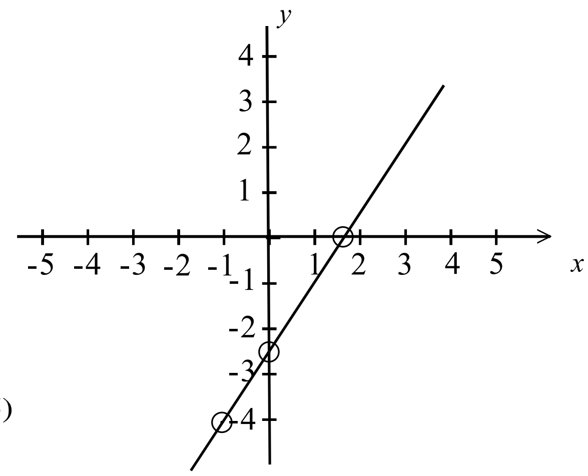
$x = (1)$ ஐப் பிரதியிட

$$y = \frac{3}{2} \times 1 - \frac{5}{2}$$

$$y = \frac{3}{2} - \frac{5}{2}$$

$$y = -\frac{2}{2}$$

$$y = (-1)$$



(iv) y அச்சை வெட்டும் புள்ளி (0, -2.5)

x அச்சை வெட்டும் புள்ளி (1.6, 0)

பயிற்சி 20.5

01. (a) தரப்பட்ட இடைவெளிகளை நிரப்புவதன் மூலம் $2x + 5y = 20$ எனும் சார்பின் தரப்பட்ட x இன் பெறுமானங்களுக்குரிய y இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) $x = 0$ (ii) $x = 5$ (iii) $x = 10$

(iv) $x = 1$ (v) $x = 2$ (vi) $x = 3$

(i) $x = 0$ ஐப் பிரதியிடல்

$2x + 5y = 20$

$2 \times 0 + 5y = 20$

$0 + 5y = ...$

$5y = ...$

$y = ...$

(ii) $x = 5$ ஐப் பிரதியிடல்

$2 \times .... + ... = 20$

$......... + ... = ...$

$........ = ...$

$........ = ...$

$y = ...$

(iii) $x = 10$ ஐப் பிரதியிடல்

$2 \times .... + ... = 20$

$........ = ...$

$........ = ...$

$........ = ...$

$y = ...$

(iv) $x = 1$ ஐப் பிரதியிடல்

$2 \times .... + ... = 20$

$........ = ...$

$........ = ...$

$........ = ...$

$y = 3.6$

(v) $x = 2$ ஐப் பிரதியிடல்

$2 \times .... + ... = 20$

$........ = ...$

$........ = ...$

$........ = ...$

$y = ...$

(vi) $x = 3$ ஐப் பிரதியிடல்

$2 \times .... + ... = 20$

$........ = ...$

$........ = ...$

$........ = ...$

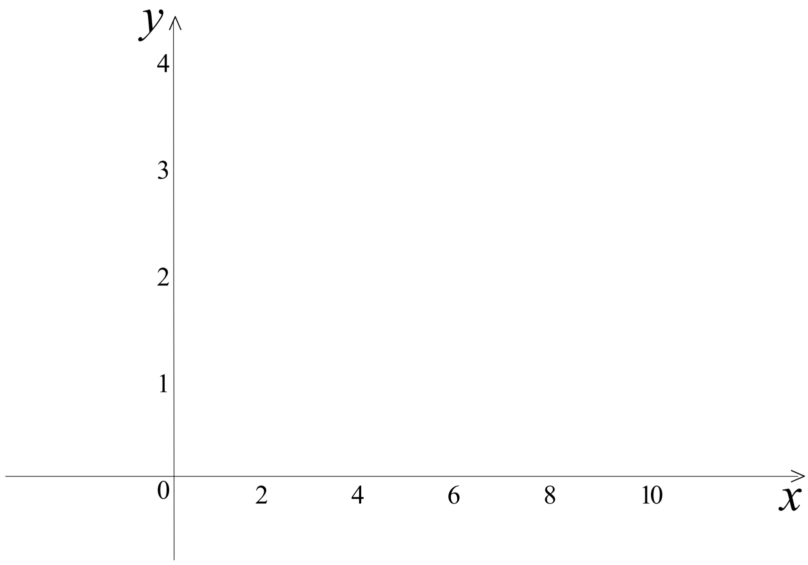
$y = ...$

02. (i) (a) மேலே வினா 1 இல் பெற்ற விடைகளில் இருந்து பொருத்தமான விடைகளைக் கொண்டு $2x+5y=20$ இன் வரைபை வரைவதற்கு தரப்பட்ட அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்க.

(i)

x	0	5	10	1	2	3
y	....	....	....	....	....	....

(ii) பெற்றுக் கொண்ட பெறுமானங்களைக் கொண்டு $2x+5y=20$ எனும் சார்பின் வரைபை வரைக.



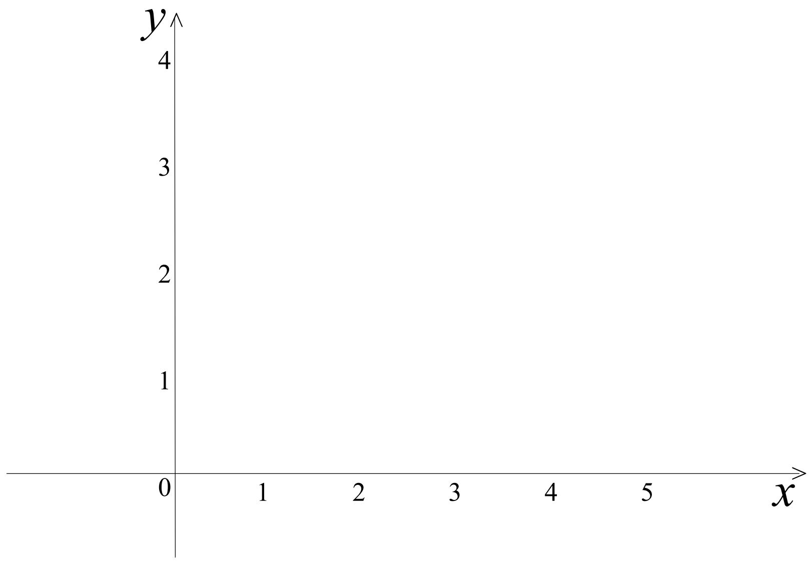
03. (i) $3x+4y=12$ இல் $x=0$ ஆகும்போது y இன் பெறுமானமும் $y=0$ ஆகும்போது x இன் பெறுமானமும் காண்பதற்கு கீழே தரப்பட்ட அட்டவணையை நிரப்புக.

$3x+4y=12$
$3\times 0+.......=........$
$........+........=........$
$........=........$
$\mathrm{y}=........$

$3x+4y=12$
$3x+4\times.......=........$
$........+........=........$
$........=........$
$x=........$

x	0	....
y	....	0

(ii) மேலே பெற்றுக்கொண்ட ஆள்கூறுகளைக் கொண்டு $3x+4y=12$ என்ற சார்பின் வரைபைத் தரப்பட்ட ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.



(iii) $x=2$ ஆகும்போது y இன் பெறுமானத்தை வரைபைக் கொண்டு காண்க.

20.6 வரைபு ஒன்றின் படித்திறனும், வெட்டுத்துண்டும்

- $y=mx+c$ வடிவில் உள்ள சார்பு ஒன்றில், m படித்திறனையும், c வெட்டுத் துண்டையும் குறிக்கும்
- (0, 0), (a, b) எனும் புள்ளிகளினூடு செல்லும் நேர்கோடு ஒன்றின் படித்திறன் $\frac{b}{a}$ ஆகும்.
- $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ என்னும் இரு புள்ளிகளினூடு செல்லும் நேர்கோட்டின் படித்திறன் $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$ ஆகும்.

உதாரணம் 11

(i) $y=2x+3$ என்ற சார்பின் படித்திறன், வெட்டுத்துண்டு என்பவற்றைக் காண்க.

(ii) மேலே உள்ள சார்பின் வரைபை வரைக.

(iii) வரைபின் மீதுள்ள இரு புள்ளிகளைக் கொண்டு படித்திறனைப் பெறுக.

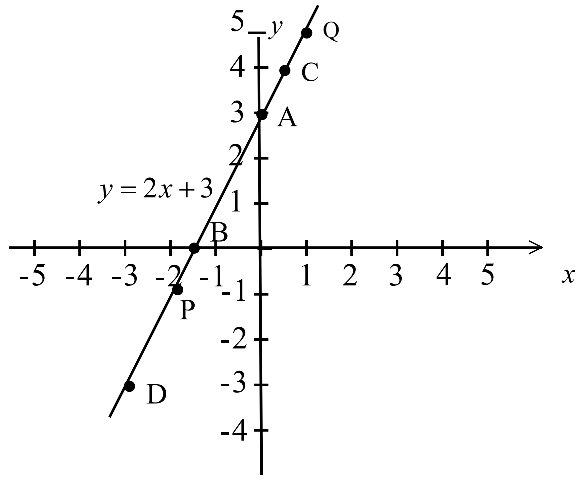
(iv) வரைபின் மூலம் வெட்டுத்துண்டைப் பெறும் விதத்தை விளக்குக.

விடைகள்

(i) $y=2x+3$ எனும் வரைபு $y=mx+c$ வடிவம் கொண்டது. $m=2$ என்பதால் படித்திறன் 2 ஆகும். $c=3$ என்பதால் வெட்டுத்துண்டு 3 ஆகும்.

(ii) $y = 2x + 3$

x	1	0	1
$2x$	-2	0	2
+3	+3	+3	+3
y	1	3	5



(iii) $y = 2x + 3$ என்ற நேர்கோட்டு வரைபின் மூலம் கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

கோட்டின் மீதுள்ள இரு புள்ளிகள்	இருபுள்ளிகளுக் கிடையேயான நிலைக்குத்துத்தூரம்	இரு புள்ளிகளுக் கிடையேயான கிடைத்தூரம்	$\frac{\text{நிலைக்குத்துத் தூரம்}}{\text{கிடைத்தூரம்}}$
A யும் D யும்	6	3	$\frac{6}{3} = 2$
B யும் C யும்	4	2	$\frac{4}{2} = 2$
P யும் Q யும்	6	3	$\frac{6}{3} = 2$

(iv) A, E என்பன வரைபின் மீதுள்ள இரு புள்ளிகளாகும்.

$$A = (0, 3), \;\; E = (4, 11)$$

$$m = \frac{11-3}{4-0} = \frac{8}{4} = 2$$

ஒரு நேர்கோட்டின் மீதுள்ள இரு புள்ளிகளின் இடையேயுள்ள நிலைக்குத்துத் தூரத்திற்கும், கிடைத் தூரத்திற்கும் இடையே உள்ள விகிதம் படித்திறன் ஆகும்.

(v) வரைபு y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் y ஆள்கூறின் பெறுமானம் வெட்டுத்துண்டு ஆகும்.

உதாரணம் 12

01. (i) படித்திறன் 3 உம், (0 , -2) என்ற புள்ளியினூடும் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைப் பெறுக.

நேர்கோடு y அச்சை வெட்டும் புள்ளி (0 , -2) என்பதால் வெட்டுத்துண்டு -2 ஆகும்.

$\therefore$ m = 3

c = -2

$\therefore$ சமன்பாடு $y = 3x - 2$

(ii) $(0, 5), (3 , 11)$ என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
நேர்கோட்டின் மீது (0,5) என்ற புள்ளி அமைவதால் வெட்டுத்துண்டு $c = 5$ ஆகும்.

படித்திறன் $m = \dfrac{11-5}{3-0}$

$= \dfrac{6}{3} = 2$

$\therefore$ நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $y = 2x + 5$

(iii) $(2, 0), (4 , 6)$ என்ற புள்ளிகளினூடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

படித்திறன் $m = \dfrac{6-0}{4-2}$

$= \dfrac{6}{2} = 3$

$\therefore$ சமன்பாட்டை $y = 3x + c$ என எழுதலாம். இந்த நேர்கோடு (4, 6) என்ற புள்ளிகளினூடாகச் செல்வதால் அவ் ஆள்கூறுகளை $y = 3x + c$ இல் பிரதியிடுவோம்

$y = 3x + c$

$6 = 3 \times 4 + c$

$c = 6 - 12$

$= -6$

$\therefore$ நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $y = 3x - 6$

பயிற்சி 20.6

01. தரப்பட்ட ஆள்கூறுகள் அமைந்த நேர்கோடுகளின் படித்திறன்களைக் காண்க.

(i) $(0, 0),\ (4, 6)$

$m = \dfrac{6-0}{4-0}$

$= ....$

$= ....$

(ii) $(2, 3),\ (5, 9)$

$m = \dfrac{9-3}{5-2}$

$= ....$

$m = ...$

(iii) $(-2, 4),\ (1, 1)$

$m = \dfrac{4 - ....}{.............}$

$= ....$

$m = ...$

02. தரப்பட்ட கூற்றுக்களுக்கு இணங்க, அவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(i) படித்திறன் 2 உம், (2, 5) என்ற புள்ளியின் ஊடாகவும் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு யாது?

$y = mx + c$ இற்கு ஏற்ப

$y = 2x + c$ (அது (2, 5) புள்ளியின் ஊடாகச் செல்வதால்)

$5 = 2 \times ..... + c$

$....... = c$

$\therefore$ சமன்பாடு $y = 2x + ...$ ஆகும்.

(ii) படித்திறன் 1 உம், (3, -3) என்ற புள்ளியின் ஊடாகவும் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு யாது?

$y = mx + c$ இற்கு ஏற்ப

$y = x + c$ அது (3, -3) புள்ளியின் ஊடாகச் செல்வதால்

$-3 = 1\times ..... + c$

$....... = c$

$\therefore$ சமன்பாடு $y = ...$ ஆகும்.

03. (i) (-2, 4) என்ற புள்ளியின் ஊடாகச் செல்வதும், வெட்டுத்துண்டு 6 உம் கொண்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

$y = mx + c$ இற்கு ஏற்ப $x = -2,\quad y = ...,\ c = ...$

பிரதியிடுவதன் மூலம்

$........ = m\times(-2) + ...$

$\quad = -2m + ...$

$........ = ...$

$\therefore$ சமன்பாடு $y = ... + 6$

(ii) (3, 0) என்ற புள்ளியின் ஊடாகச் செல்வதும் வெட்டுத்துண்டு (-6) உம் கொண்ட நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

$y = mx + c$ இற்கு ஏற்ப $x = -2,\quad y = ...,\ c = ...$

பிரதியிடுவதன் மூலம்

$........ = m\times .... + ...$

$\quad = 3m + ...$

$........ = m$

$\therefore$ சமன்பாடு $y = ...$

(iii) (0, 3), (5, -2) புள்ளிகளின் ஊடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டின் படித்திறன்.

$m = \dfrac{-2 - ....}{5 - ....}$

$m = \dfrac{........}{5}$

$m = ...$

(0, 3) இனூடு செல்வதால் c = ...

$\therefore$ சமன்பாடு $y = ...$

(iv) (2, -3), (-2, 5) புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டின் படித்திறன்.

$m = \dfrac{5 - ....}{-2 - ....}$

$m = \dfrac{........}{........}$

$m = ...$

04. (i) கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சார்புக்கும் உரிய பெறுமான அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

(a) $3x+2y=6$

x	0	....
y	....	0

(b) $3x-2y=6$

x	0	....
y	....	0

(c) $-3x+2y=6$

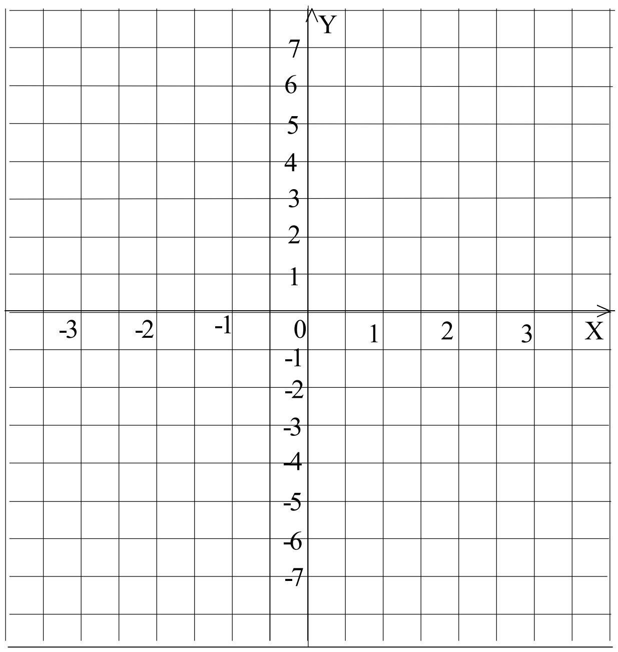
x	0	....
y	....	0

(d) $-3x-2y=6$

x	0	....
y	....	0

(ii) தரப்பட்டுள்ள ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் மேலே உள்ள சார்புகளின் வரைபுகளை வரைக.

(iii) மேலே (ii) இல் வரைந்த வரைபுகள் வெட்டுவதால் உண்டாகும் நாற்பக்கலின் சிறப்புப் பெயர் யாது?



05. (i) தரப்பட்டுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புவதற்கு $2x-4y=6$ என்பதில் y ஐ எழுவாயாக்குக

$$2x-4y=6$$

$$-4y=6-........$$

$$\frac{-4y}{......}=\frac{........}{........}=\frac{........}{........}$$

$$y=\frac{1}{2}x-\frac{........}{........}$$

(ii) $2x-4y=6$ எனும் வரைபின் படித்திறன், வெட்டுத்துண்டை எழுதுக.

படித்திறன் $=$ ....

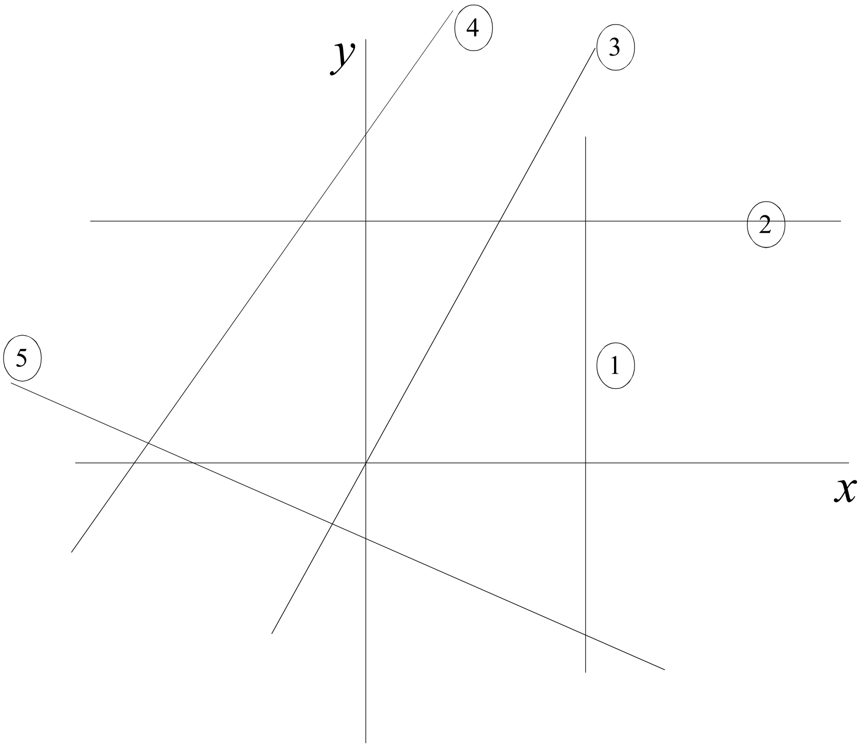
வெட்டுத்துண்டு $=$ ....

(iii) $2x-4y=6$ எனும் வரைபை வரைவதற்கு கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையை பூரணப்படுத்துக.

x	2	4	6	8
y	....	....	....	....

பிற்சோதனை

01. தரப்பட்ட வரைபுகளுக்குப் பொருத்தமான சமன்பாடுகளைத் தெரிவு செய்து அட்டவணையில் இணைக்க



இலக்கம்	சமன்பாடு
1	$y=5x$
2	$y=3$
	$y=2x+5$
3	$x=3$
4	$y=-3x-1$
5	$x=-4$

02. தரப்பட்ட ஒவ்வொரு சமன்பாட்டையும் $y=mx+c$ என்ற வடிவில் எழுதி அவை ஒவ்வொன்றினதும் படித்திறன், வெட்டுத்துண்டு என்பவற்றைக் காண்க.

(i) $2x+y=5$ (ii) $\frac{1}{2}y=x-2$ (iii) $3x=y-5$

(iv) $\frac{3}{5}y+x=6$ (v) $4x-3y=12$

03. (i) $y = 2x$ என்ற வரைபின் x இன் பெறுமானங்கள் -2, 0, 2, 4 ஆகும்போது y இற்குரிய பெறுமானங்களைக் காண்க.

(ii) மேலே பெற்றுக் கொண்ட பெறுமானங்களுக்கு ஏற்ப $y = 2x$ வரைபை வரைக.

(iii) $y = 5$ ஆகும்போது அதற்குரிய x இன் பெறுமானத்தை வரைபின் மூலம் பெறுக.

04. (i) $y = 3x - 2$ என்ற சார்பின் வரைபை வரைவதற்குத் தரப்பட்ட அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்க.

x	-1	0	1	2	3
y	....	....	....	....	....

(ii) மேலே உள்ள சார்பின் வரைபை வரைக.

(iii) அதன் படித்திறன், வெட்டுத்துண்டு என்பவற்றைக் காண்க.

(iv) $y = 2$ ஆகும்போது x இன் பெறுமானத்தை வரைபின் மூலம் பெறுக.

05. தரப்பட்ட ஆள்கூறுகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டு வரைபின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(i) (0, 0), (2, 8)

(ii) (0, 3), (4, 7)

(iii) (-2, 0), (0, 4)

(iv) (3, 7), (1, 3)

21. சமனிலிகள்

விடய உள்ளடக்கம்

- $x \pm a$ μ b எனும் வடிவில் அமைந்துள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்தல்.
- $a > 0$ ஆகும் போது x μ b வடிவில் அமைந்துள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்தல்
- $a < 0$ ஆகும் போது x μ b வடிவில் அமைந்துள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்தல் ($a \neq 0$, a ஓர் மறை நிறை எண் அல்லது பின்னம்)
- சமனிலி ஒன்றின் நிறை எண் தீர்வுகளை எண்கோட்டின் மீது வகைகுறித்தல்
- சமனிலி ஒன்றின் எல்லா தீர்வுகளையும் எண்கோட்டின் மீது வகைகுறித்தல்

21.1 சமனிலி ஒன்றின் நிறை எண் தீர்வுகளை எண்கோட்டின் மீது வகைகுறித்தல்

பின்வரும் கூற்றுக்களை $>$ அல்லது $<$ குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி எழுதிக்காட்டுவோம்.

- பேரூந்து ஒன்றில் பயணம் செய்யக்கூடிய பயணிகளின் எண்ணிக்கை, மோட்டார் வாகனம் ஒன்றில் பயணம் செய்யக்கூடிய பயணிகளின் எண்ணிக்கையிலும் அதிகமாகும்

பேரூந்து ஒன்றில் பயணம் செய்யக் கூடிய பணிகளின் எண்ணிக்கை	$>$	மோட்டார் வாகனம் ஒன்றில் பயணம் செய்யக் கூடிய பணிகளின் எண்ணிக்கை

- ஏழு ஒன்பதிலும் சிறிதாகும்

  $7 < 9$

- a உடன் 5 ஐக் கூட்டும் போது கிடைக்கும் விடை, 8 இலும் பெரிதாகும்

  $a + 5 > 8$

- x ஐ 2 ஆல் பெருக்கி 1 ஐக் கழிக்கும் போது கிடைக்கும் விடை, 9 இலும் சிறிதாக அல்லது சமனாக இருக்கும்.

  $2x - 1 \leq 9$

மேலே காட்டியவாறு $>, <, \geq, \leq$ எனும் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்தி எழுதப்படும் கூற்றுகள் சமனிலிகள் எனப்படும். அந்த சமனிலியில் அட்சரகணித உறுப்பு தொடர்புறும் போது அவை அட்சரகணிதச் சமனிலிகள் எனப்படும்.

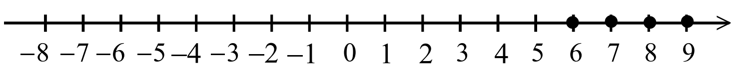
சமனிலி ஒன்றினை திருப்திப்படுத்தும் அதிக எண்ணிக்கையான தீர்வுகள் இருக்க முடியும்.

உதாரணம் : 1

$x > 5$ ஆகுமாறுள்ள x இன் நிறை எண் தீர்வுகளை எழுதுக.

தீர்வு : $\{6, 7, 8, 9...\}$ ஆகும்.

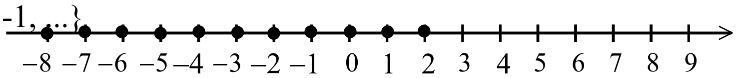
இதனை எண் கோட்டில் பின்வருமாறு குறித்துக் காட்டலாம்.



உதாரணம் : 2

$x < 3$ ஆகுமாறுள்ள x இன் நிறை எண் தீர்வுகளை எழுதுக. அதனை எண் கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

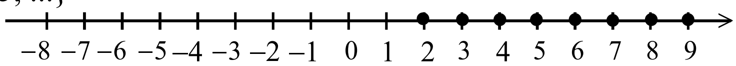
{2, 1, 0, -1, ...}



உதாரணம் : 3

$x \geq 2$ ஆகுமாறுள்ள x இன் நிறை எண் தீர்வுகளை எழுதுக. அதனை எண் கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

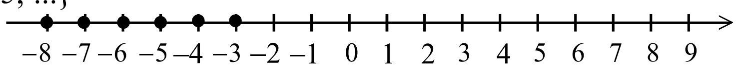
{2, 3, 4, 5, ...}



உதாரணம் : 4

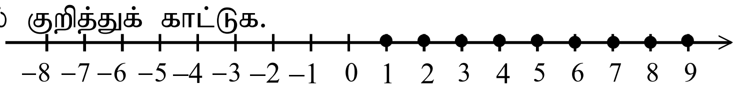
$x \leq -3$ ஆகுமாறுள்ள x இன் நிறை எண் தீர்வுகளை எழுதுக. அதனை எண் கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

{-3, -4, -5, ...}



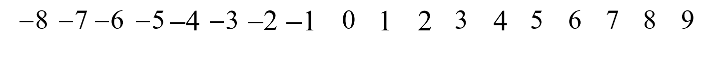
உதாரணம் : 5

$x > -4$ ஆகுமாறுள்ள x இன் நேர்நிறை எண் தீர்வுகளை எழுதுக. அதனை எண் கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.



உதாரணம் : 6

$x < 3$ ஆகுமாறுள்ள x இன் மறைநிறை எண் தீர்வுகளை எழுதுக. அதனை எண் கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.



பயிற்சி 21.1

01. சமனிலியைத் திருப்திப்படுத்தக் கூடியதாக வெற்றிடத்தில் வரவேண்டிய எண்ணை அடைப்பினுள் இருந்து தெரிந்து நிரப்புக.

(i) $8 > \ldots\ldots \quad \{9, 6, 10\}$

(ii) $5 < \ldots\ldots \quad \{4, 6, 3\}$

(iii) $-3 > \ldots\ldots \quad \{-4, -1, -3\}$

(iv) $-2 < \ldots\ldots \quad \{-1, -2, -3\}$

(v) $-3 \geq \ldots\ldots \quad \{-2, -1, -5\}$

(vi) $-5 \leq \ldots\ldots \quad \{-6, -7, 0\}$

(vii) $2 > \ldots\ldots \quad \{0, 3, 2\}$

(viii) $0 > \ldots\ldots \quad \{2, +1, -3\}$

(xi) $0 < \ldots\ldots \quad \{-1, 1, -2\}$

(x) $4 \geq \ldots\ldots \quad \{5, 8, 2\}$

02. கீழே நிரல் A இல் காட்டப்பட்டுள்ள சமனிலிகளின் நிறைவெண் தீர்வுத் தொடையை, நிரல் B இலிருந்து தெரிவு செய்து இணைக்க.

A	B
$x > 5$	$\{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\}$
$x < 3$	$\{-3, -4, -5, \ldots\ldots\}$
$x \geq -2$	$\{2, 1, 0, 1, \ldots\ldots\}$
$x \leq -3$	$\{-2, -1, 0, 1, \ldots\ldots\}$
$x > 0$	$\{6, 7, 8, \ldots\ldots\}$

03. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளின் நிறைவெண் தீர்வுத்தொடையை எதிரே எழுதுக.

(1) $x > 1$

(2) $x < 6$

(3) $x \geq 2$

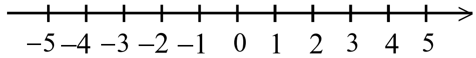
(4) $x \leq 3$

(5) $x \geq -5$

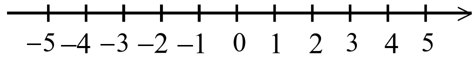
(6) $x \leq -2$

04. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளின் நிறை எண் தீர்வுகளைத் தரப்பட்டுள்ள எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

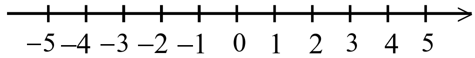
$(i)\quad x > 3$



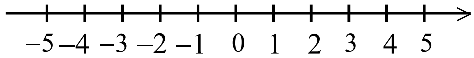
$(ii)\quad x < 5$



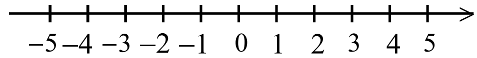
$(iii)\quad x \geq -2$



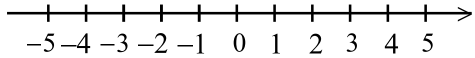
$(iv)\quad x \leq -1$



$(v)\quad x > 0$

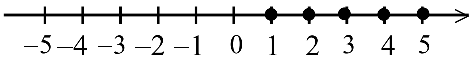


$(vi)\quad x \leq 2$

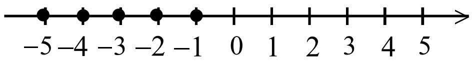


05. கீழே தரப்பட்ட எண்கோட்டில் காட்டப்படும் தீர்வுகளைக் குறிக்கும் சமனிலிகளை எழுதுக.

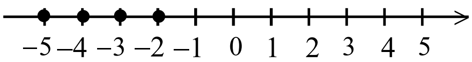
(i)



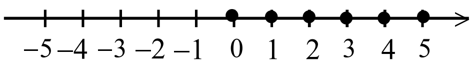
(ii)



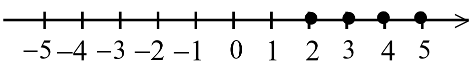
(iii)



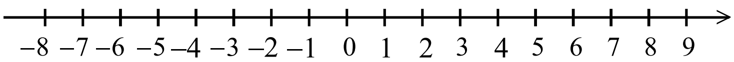
(iv)



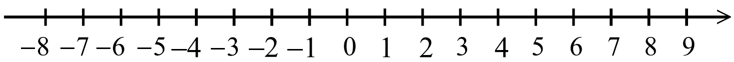
(iv)



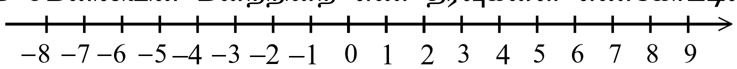
06. $x \geq -3$ எனும் சமனிலியின் நேர்நிறை எண் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.



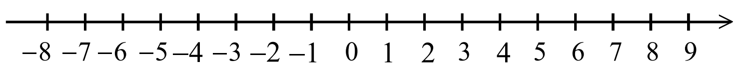
07. $x \leq 5\frac{1}{2}$ எனும் சமனிலியின் நேர்நிறை எண் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.



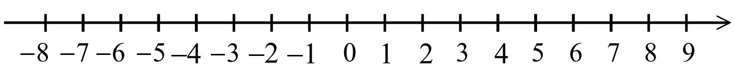
08. $x > -5$ எனும் சமனிலியின் மறைநிறை எண் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.



09. $x < 5$ எனும் சமனிலியின் மறைநிறை எண் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

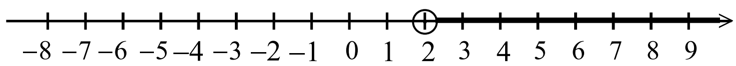


10. $x \geq -2\frac{1}{2}$ எனும் சமனிலியின் நிறை எண் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

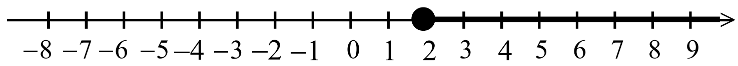


21.2 சமனிலி ஒன்றின் எல்லாத் தீர்வுகளையும் எண் கோட்டில் வகைகுறித்தல்

$x > 2$ எனும் சமனிலியின் எல்லாத் தீர்வுகளும் என்றால் இரண்டிலும் கூடிய எல்லாப் பெறுமானங்களும் ஆகும். அதில் தசமங்கள், பின்னங்கள் எனும் எல்லாப் பெறுமானங்களும் அடங்கும். அதனை பின்வருமாறு எண்கோட்டில் வகைகுறிக்கலாம்.

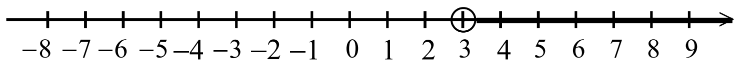


$x \geq 2$ எனும் சமனிலியின் எல்லாத் தீர்வுகளையும் காட்டும் போது 2 என்னும் தீர்வும் அதில் அடங்கும். அதனைக் காட்டும் போது 2 இலுள்ள வட்டம் நிழற்றப்பட வேண்டும்.



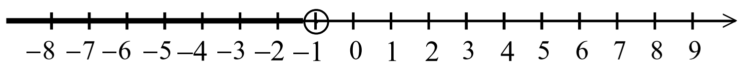
உதாரணம் 7

$x > 3$ எனும் சமனிலியின் எல்லாத் தீர்வுகளையும் எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.



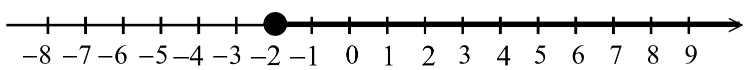
உதாரணம் 8

$x < -1$ எனும் சமனிலியின் எல்லாத் தீர்வுகளையும் எண் கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.



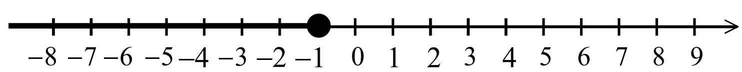
உதாரணம் 9

$x \geq -2$ எனும் சமனிலியின் எல்லாத் தீர்வுகளையும் எண் கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.



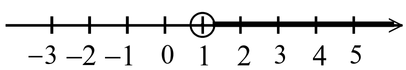
உதாரணம் 10

$x \leq -1$ எனும் சமனிலியின் எல்லாத் தீர்வுகளையும் எண் கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

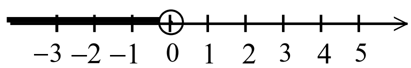


உதாரணம் 11

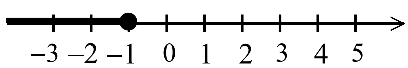
கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு எண் கோட்டினாலும் வகைகுறிக்கப்படும் சமனிலிகளை எழுதுக.

(i) 

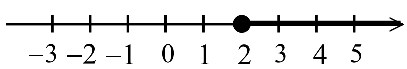
(i) $x > 1$

(ii) 

(ii) $x < 0$

(iii) 

(iii) $x \leq -1$

(iv) 

(iv) $x \geq 2$

பயிற்சி 21.2

01. A இல் காட்டப்படும் சமனிலியின் தீர்வுகளைக் காட்டும் எண்கோட்டை B இல் இருந்து தெரிவு செய்து இணைக்க.

A

$(i)\quad x < 2$

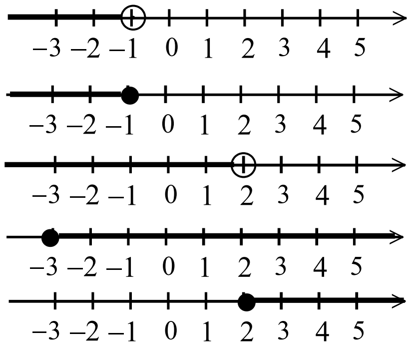
$(ii)\quad x \geq -3$

$(iii)\quad x \leq -1$

$(iv)\quad x \geq 2$

$(v)\quad x < -1$

B



02. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளின் எல்லாத் தீர்வுகளையும் தரப்பட்டுள்ள எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

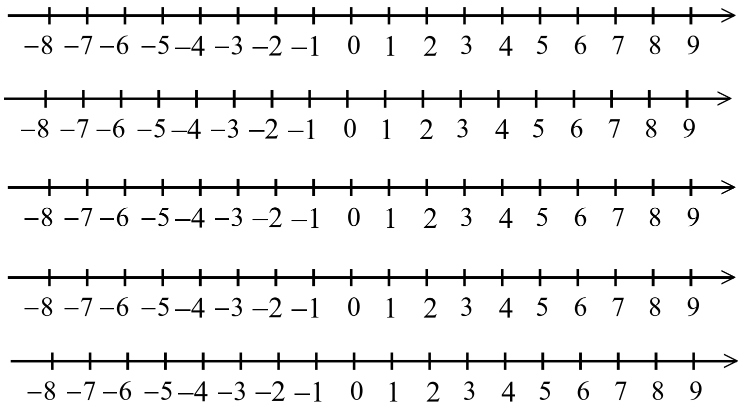
$(i)\quad x > 3$

$(ii)\quad x < 0$

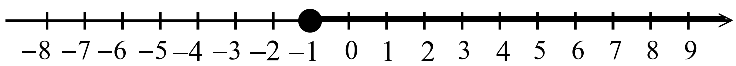
$(iii)\quad x \geq 2\frac{1}{2}$

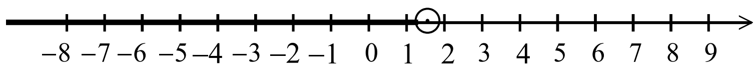
$(iv)\quad x \leq -1$

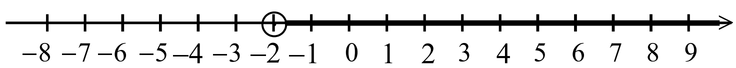
$(v)\quad x > \frac{1}{2}$

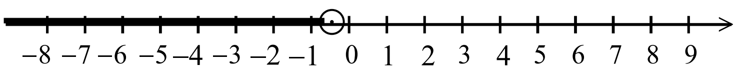


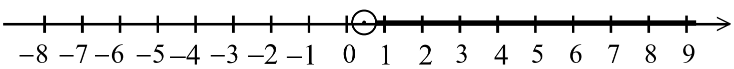
03. கீழே எண்கோடுகளில் வகைகுறிக்கப்பட்டுள்ள சமனிலிகளை எழுதுக.

(i)


(ii)


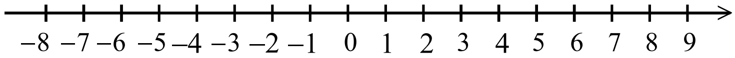
(iii)


(iv)


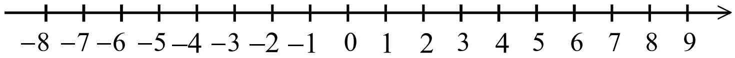
(v)


04. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளின் எல்லாத் தீர்வுகளையும் எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

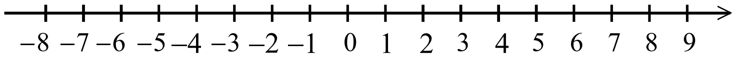
(i) $x > -4$



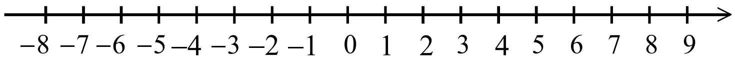
(ii) $x \leq 3$



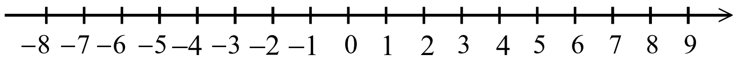
(iii) $x \geq 1\frac{1}{2}$



(iv) $x \leq -1\frac{1}{2}$



(v) $x > -2\frac{1}{2}$



21.3 $x \pm a \geq b,\ x \pm a \leq b$ எனும் வடிவிலுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்தல்

- $8 > 3$ எனும் சமனிலியைக் கருதுவோம்.

  $8 + 2 > 3 + 2$ (இரு புறமும் 2 ஐக் கூட்ட)

  $10 > 5$

சமனிலி ஒன்றில் இருபக்கங்களிலும் ஒரே எண்ணைக் கூட்டுவதால் சமனிலியில் மாற்றம் ஏற்படாது.

- $8 > 3$ எனும் சமனிலியைக் கருதுவோம்.

  $8 - 2 > 3 - 2$ (இரு புறமும் 2 ஐக் கழிப்பதால்)

  $6 > 1$

சமனிலி ஒன்றில் இருபக்கங்களிலிருந்தும் ஒரே எண்ணைக் கழிப்பதால் சமனிலியில் மாற்றம் ஏற்படாது

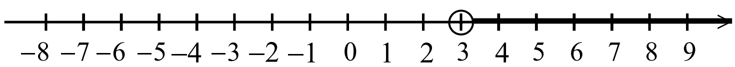
உதாரணம் 2

$x + 7 > 10$ எனும் சமனிலியைத் தீர்த்துத் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

$x + 7 > 10$

$x + 7 - 7 > 10 - 7$ (இருபுறமும் 7 ஐக் கழிப்பதால்)

$x > 3$



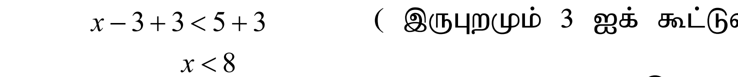
உதாரணம் 3

$x - 3 < 5$ எனும் சமனிலியைத் தீர்த்துத் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

$x - 3 < 5$

$x - 3 + 3 < 5 + 3$ (இருபுறமும் 3 ஐக் கூட்டுவதால்)

$x < 8$



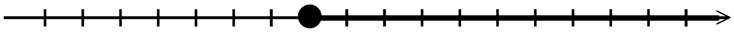
உதாரணம்   4

$x+4\geq 3$ எனும் சமனிலியைத் தீர்த்து தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

$$x+4\geq 3$$

$$x+4-4\geq 3-4 \qquad \text{(இருபுறமும் 4 ஐக் கழிப்பதால்)}$$

$$x\geq -1$$



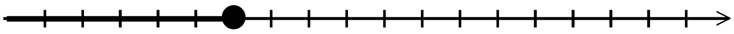
உதாரணம்   5

$x+2\leq -1$ எனும் சமனிலியைத் தீர்த்து தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

$$x+2\leq -1$$

$$x+2-2\leq -1-2 \qquad \text{(இருபுறமும் 2 ஐக் கழிப்பதால்)}$$

$$x\leq -3$$



பயிற்சி 21.2

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சமனிலியையும் தீர்ப்பதற்கு வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i) $x + 6 > 10$
$x + 6-6 > 10-.......$
$x > ....$

(ii) $x + 5 < 7$
$x + 5-...... < 7-.......$
$x < 2$

(iii) $x + 5 \geq 3$
$x + 5-...... \geq 3-.......$
$x \geq ....$

(iv) $x - 4 \leq 1$
$x - 4+4 \leq 1+.......$
$x \leq ....$

(v) $x + 1 > -3$
$x + 1-...... > -3-.......$
$x > ....$

(vi) $x + 3 < -1$
$x + 3-...... < -1-.......$
$x < ....$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்க்க.

(i) $x - 5 > 9$

(ii) $x + 4 < 1$

(iii) $x + 6 \geq -2$

(iv) $x - 3 \leq -5$

(v) $x - 7 \geq -1$

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்து அதன் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

$(i)\quad x + 3 > 5$

$(ii)\quad x - 1 < 1$

$(iii)\quad x + 8 \geq 8$

$(iv)\quad x - 1 \leq -6$

$(v)\quad x + 4 \geq -3$

21.4 $ax \geq b, ax \leq b$ எனும் வடிவிலுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்தல்

- $8 > 4$ எனும் சமனிலியைக் கருதுவோம்.

  $\frac{8}{2} > \frac{4}{2}$ (இரு புறமும் 2 ஆல் வகுப்பதால்)

  $4 > 2$

சமனிலி ஒன்றில் இருபக்கங்களையும் நேர்எண் ஒன்றினால் வகுக்கும் போது சமனிலியில் மாற்றம் ஏற்படாது

- $3 > 2$ எனும் சமனிலியைக் கருதுவோம்.

  $3 \times 5 > 2 \times 5$ (இரு புறமும் 2 ஆல் பெருக்குவதால்)

  $15 > 10$

சமனிலி ஒன்றில் இருபக்கங்களையும் நேர்எண் ஒன்றினால் பெருக்கும் போது சமனிலியில் மாற்றம் ஏற்படாது

உதாரணம் 6

பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்க்க.

$(i)\quad 4x > 12$

$\frac{4x}{4} > \frac{12}{4}$ (இருபுறமும் 4 ஆல் வகுப்பதால்)

$x > 3$

$(ii)\quad 3x < -9$

$\frac{3x}{3} < \frac{-9}{3}$ (இருபுறமும் 3 ஆல் வகுப்பதால்)

$x < -3$

$(iii)\quad 5x \geq 10$

$$\frac{5x}{5} \geq \frac{10}{5}$$ (இருபுறமும் 5 ஆல் வகுப்பதால்)

$$x \geq 2$$

$(iv)\quad 2x \leq 8$

$$\frac{2x}{2} \leq \frac{8}{2}$$ (இருபுறமும் 2 ஆல் வகுப்பதால்)

$$x \leq 4$$

$(v)\quad 7x \geq 23$

$$\frac{7x}{7} \geq \frac{23}{7}$$ (இருபுறமும் 7 ஆல் வகுப்பதால்)

$$x \geq 3\frac{2}{7}$$

பயிற்சி 21.4

1. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்க்க.

(i) $3x > 18$	(ii) $3x \leq 13$
(iii) $4x \geq 8$	(iv) $9x \leq 17$
(v) $2x \geq -12$	(vi) $7x \leq -21$
(vii) $8x \geq 25$	(viii) $7x > 30$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்து தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

(i) $5x \geq 20$

(ii) $3x \leq -6$

(iii) $2x > 6$

(iv) $3x < 27$

(v) $7x \geq 28$

உதாரணம் 7

கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்க்க.

(i) $\frac{x}{2} > 3$

$\frac{x}{2}\times 2 > 3\times 2$ (இருபுறமும் 2 ஆல் பெருக்க)

$x > 6$

(ii) $\frac{x}{3} < -1$

$\frac{x}{3}\times 3 < -1\times 3$ (இருபுறமும் 3 ஆல் பெருக்க)

$x < -3$

(iii) $\frac{2x}{3} \geq 1$

$\frac{2x}{3}\times 3 \geq 1\times 3$ (இருபுறமும் 3 ஆல் பெருக்க)

$\frac{2x}{2} \geq \frac{3}{2}$ (இருபுறமும் 2 ஆல் வகுக்க)

$x \geq 1\frac{1}{2}$

(iv) $\frac{3x}{2} \leq -1$

$\frac{3x}{2}\times 2 \leq -1\times 2$ (இருபுறமும் 2 ஆல் பெருக்க)

$\frac{3x}{3} \leq \frac{-2}{3}$ (இருபுறமும் 3 ஆல் வகுக்க)

$x \leq \frac{-2}{3}$

பயிற்சி 21.5

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்து தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

(i) $\frac{x}{4} > 1$

(ii) $\frac{x}{3} < -1$

(iii) $\frac{x}{5} \geq 1$

(iv) $\frac{x}{3} \leq 2$

(v) $\frac{2x}{3} \geq -2$

(vi) $\frac{3x}{2} \leq -3$

- $5 > 3$ எனும் சமனிலியைக் கருதுவோம்

$5\times(-2) > 3\times(-2)$ (இருபுறமும் -2 ஆல் பெருக்குவதால்)

$-10 > -6$

-6, -10 இலும் பெரியது

எனவே $-10 < -6$

சமனிலி ஒன்றின் இருபக்கங்களையும் மறை எண் ஒன்றினால் பெருக்கும் போது சமனிலியின் குறி மாறும்.

- $12 > 8$ எனும் சமனிலியைக் கருதுவோம்

$\frac{12}{-2} > \frac{8}{-2}$ (இருபுறமும் -2 ஆல் வகுப்பதால்)

$-6 > -4$

-4, -6 ஐ விடப் பெரியது என்பதால் மேற்படி சமனிலி பொருந்தாது. பொருந்துவதற்கு சமனிலியின் குறியை மாற்ற வேண்டும்.

சமனிலி ஒன்றின் இருபக்கங்களையும் மறை எண் ஒன்றினால் வகுக்கும் போது சமனிலியின் குறி மாறும்.

உதாரணம் 8

கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்க்க.

(i) $-2x > 6$

$$\frac{-2x}{-2} < \frac{6}{-2}$$

$$x < -3$$

(ii) $-3x \leq 6$

$$\frac{-3x}{-3} \geq \frac{6}{-3}$$

$$x \geq -2$$

(iii) $-7x \geq -25$

$$\frac{-7x}{-7} \leq \frac{-25}{-7}$$

$$x \leq 3\frac{4}{7}$$

(iv) $-3x \leq -15$

$$\frac{-3x}{-3} \geq \frac{-15}{-3}$$

$$x \geq 5$$

பயிற்சி 21.6

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்க்க.

(i) $-4x > 20$ (ii) $-5x < 30$

(iii) $-3x \geq 7$ (iv) $-6x \leq 12$

(v) $-4x \geq 15$ (vi) $-2x < -7$

(vii) $-2x < 4$ (viii) $-3x \geq -21$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்து தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக்காட்டுக.

(i) $-6x > 18$

(ii) $-2x \leq -6$

(iii) $-3x \geq 12$

(iv) $-9x < 27$

(v) $-5x \geq -10$

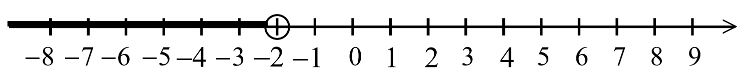
உதாரணம் 9

கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்து, தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

(i) $\frac{x}{-2} > 1$

$$\frac{x}{-2} \times -2 < 1 \times -2$$

$$x < -2$$

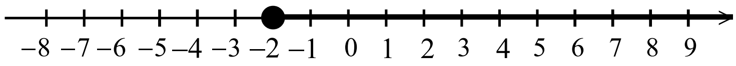


(ii) $\dfrac{-3x}{2} \leq 3$

$\dfrac{-3x}{2}\times 2 \leq 3\times 2$

$\dfrac{-3x}{-3}\times 2 \geq \dfrac{6}{-3}$

$x \geq -2$



(iii) $2 - \dfrac{x}{3} \geq 1$

$2-2 - \dfrac{x}{3} \geq 1-2$

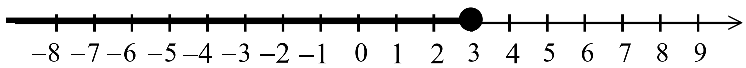
$\dfrac{-x}{3} \geq -1$

$\dfrac{-x}{3}\times 3 \geq -1\times 3$

$-x \geq -3$

$\dfrac{-x}{-1} \leq \dfrac{-3}{-1}$

$x \leq 3$



(iv) $\dfrac{-x}{2} - 1 \geq 1$

$\dfrac{-x}{2} - 1+1 \geq 1+1$

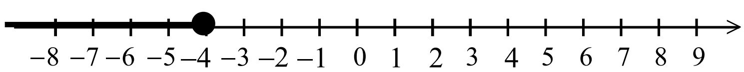
$\dfrac{-x}{2} \geq 2$

$\dfrac{-x}{2}\times 2 \geq 2\times 2$

$-x \geq 4$

$\dfrac{-x}{-1} \leq \dfrac{4}{-1}$

$x \leq -4$



பயிற்சி 21.7

1. பின்வரும் சமனிலிகளைத் தீர்ப்பதற்கு வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i) $\frac{x}{-4} \geq -1$

$\frac{x}{-4} \times ...... \leq -1 \times ......$

$x \leq ....$

(ii) $\frac{x}{-3} < 2$

$\frac{x}{-3} \times ..... > 2 \times ....$

$x > ....$

(iii) $\frac{x}{-4} + 1 \leq 0$

$\frac{x}{-4} + 1 - ...... \leq 0 - ......$

$\frac{x}{-4} \leq ......$

$\frac{x}{-4} \times ...... \geq .... \times ....$

$x \geq ....$

(iv) $5 - \frac{x}{2} \geq 1$

$5 - ...... - \frac{x}{2} \geq 1 - ....$

$\frac{-x}{2} \geq ....$

$\frac{-x}{2} \times 2 \geq .... \times ....$

$-x \geq ......$

$\frac{-x}{-1} \leq \frac{......}{......}$

$x \leq ....$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்துத் தீர்வுகளை எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

(i) $\frac{x}{-5} < 1$

(ii) $\frac{x}{-2} \geq 0$

(iii) $3 - \frac{x}{2} \leq 1$

(iv) $-3x + 1 > 7$

(v) $8 - 2x > 0$

பிற்சோதனை

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள விடைகளில் சரியான விடையைத் தெரிவு செய்து அதன் கீழ்க் கோடிடுக.

   (i) $-3 > ....$ வெற்றிடத்திற்குப் பொருத்தமான பெறுமானத்தை தரப்பட்டுள்ள விடைகளிலிருந்து தெரிக.

   (i) 0 (ii) 1 (iii) 2 (iv) -4

   (ii) $x \geq 5$ எனும் சமனிலியைத் திருப்திப்படுத்தும் மிகச்சிறிய முழு எண் தீர்வு ஆவது

   (i) 0 (ii) 4 (iii) 5 (iv) 8

   (iii) $x \leq -2$ எனும் சமனிலியைத் திருப்திப்படுத்தும் மிகப் பெரிய நிறை எண் தீர்வு ஆவது

   (i) -3 (ii) -4 (iii) -2 (iv) -1

   (iv) $x + 7 > 10$ எனும் சமனிலியின் தீர்வாக அமையாதது

   (i) 3 (ii) 4 (iii) 5 (iv) 6

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள கூற்றுக்களில் சரியான கூற்றின் எதிரில் ($\checkmark$) எனும் அடையாளமும் பிழையான கூற்றின் எதிரில் ($\times$) எனும் அடையாளமும் இடுக.

   (i) சமனிலி ஒன்றின் இருபக்கங்களிலும், நேர் எண் ஒன்றினை அல்லது மறை எண் ஒன்றினைக் கூட்டும் போது அல்லது கழிக்கும் போது சமனிலியில் மாற்றம் எதுவும் ஏற்படாது ( )

   (ii) சமனிலி ஒன்றின் இருபக்கங்களையும், நேர் எண் ஒன்றினால் பெருக்கும் போது அல்லது வகுக்கும் போது சமனிலியில் மாற்றம் ஏற்படும் ( )

   (iii) சமனிலி ஒன்றின் இருபக்கங்களையும், மறை எண் ஒன்றினால் பெருக்கும் போது அல்லது வகுக்கும் போது சமனிலியின் குறி மாறும் ( )

   (iv) $-5x \geq 25$ எனும் சமனிலியின் மிகப் பெரிய நிறை எண் தீர்வு (-5) ஆகும். ( )

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்து, நிறை எண் தீர்வுத் தொடையை எண் கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

   (i) $x + 8 > 10$ (ii) $x - 1 \leq -3$

   (iii) $3x > 15$ (iv) $-2x \leq 8$

4. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்து, எல்லாத் தீர்வுகளையும் எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

   (i) $x - 1 \geq -3$ (ii) $\frac{x}{3} + 1 < 2$

   (iii) $\frac{-x}{3} \geq 1$ (iv) $-7x \leq 35$

5. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் தீர்த்து, எல்லாத் தீர்வுகளையும் எண்கோட்டில் குறித்துக் காட்டுக.

   (i) $\frac{-2x}{3} + 4 \geq 0$ (ii) $3 - 4x \leq -5$

22. தொடைகள்

விடய உள்ளடக்கம்
• முடிவுறு தொடை, முடிவில் தொடைகளை இனங்காணல்
• தொடையொன்று முடிவுள்ள தொடையா / முடிவில் தொடையா என்பதைக் காரணத்துடன் கூறுதல்
• தொடையொன்றின் எல்லாத் தொடைப் பிரிவுகளையும் எழுதுதல்
• சமவலுத் தொடைகள், சமதொடைகள் என்பவற்றிற்கிடையிலான வேறுபாடு
• மூட்டற்ற தொடைகளை இனங்காணல்
• அகிலத் தொடையை இனங்காணல்
• தொடைக் குறியீடுகளை இனங்காணல்
• தொடை ஒன்றின் நிரப்பித் தொடையை இனங்காணல்
• இரு தொடைகளின் இடைவெட்டுத் தொடையை இனங் காணல்
• இரு தொடைகளின் ஒன்றிப்புத் தொடையை இனங் காணல்
• உபதொடை, இடைவெட்டு, ஒன்றிப்பு, நிரப்பி, மூட்டற்ற தொடைகள் என்பவற்றை வென்வரிப்படத்தில் வகைகுறித்தல். அத் தொடைக்குரிய பிரதேசங்களை குறியீடுகள் மூலம் எழுதுதல். (2 தொடைகள் மட்டும்)

22.1 முடிவுறு தொடைகளும் முடிவில் தொடைகளும்

- தொடை ஒன்றின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கையைத் திட்டமாகக் கூறமுடியுமெனின், அத்தொடை முடிவுறு தொடை எனப்படும்.
- தொடை ஒன்றின் மூலகங்களின் எண்ணிக்கையைத் திட்டமாகக் கூறமுடியாதெனின், அத் தொடை முடிவில் தொடை எனப்படும்

உதாரணம் : 1

முடிவுறு தொடை : A = { 10 இலும் குறைந்த இரட்டை எண்கள் }
A = { 2, 4, 6, 8 } இதில் n(A) = 4 ஆகும்.

உதாரணம் : 2

முடிவில் தொடை : B = { சதுர எண்கள் }
B = { 1, 4, 9, 16, 25, ...}
இதன் மூலகங்களின் எண்ணிக்கையைத் திட்டமாகக் கூற முடியாது.

பயிற்சி : 22.1

01. கீழுள்ள தொடைகளுள், முடிவுறு தொடைகளைத் தெரிவு செய்து அவற்றுக்கெதிரே அடைப்பினுள் (✓) அடையாளமிடுக.

(i) A = { பல்கோணிகள் } ( )

(ii) B = { ஆங்கில உயிரெழுத்துக்கள்} ( )

(iii) C = { எமது வகுப்பிலுள்ள பிள்ளைகள்} ( )

(iv) D = { ஒற்றை எண்கள்} ( )

(v) E = { ஒரு கிழமையிலுள்ள நாட்கள்} ( )

(vi) F = { 10 இலும் குறைந்த ஒற்றை எண்கள் } ( )

02. கீழுள்ள தொடைகளுள், முடிவில் தொடைகளைத் தெரிவு செய்து அவற்றுக்கெதிரே அடைப்பினுள் (✓) அடையாளமிடுக.

(i) G = { வானவில்லின் நிறங்கள் } ( )

(ii) H = { ஒரு மைய வட்டங்கள்} ( )

(iii) I = { தரப்பட்ட புள்ளி ஒன்றுக்கூடாக வரையக்கூடிய நேர்கோடுகள்} ( )

(iv) J = { இரட்டை எண்கள்} ( )

(v) K = { 100 இலும் குறைந்த சதுர எண்கள்} ( )

03. கீழே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளில் முடிவுறு தொடைகளையும், முடிவில் தொடைகளையும் தெரிவு செய்து, தரப்பட்டுள்ள இடைவெளிகளில் பொருத்தமான தொடைகளை எழுதுக.

(i) A = { மகரகம எனும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள் }

(ii) B = { முக்கோண எண்கள்}

(iii) C = { பாடசாலையில் கற்கும் பாடங்கள்}

(iv) D = { கிழமையிலுள்ள நாட்கள்}

(v) E = { சங்கீத ஸ்வரங்கள்}

(vi) G = { பாடசாலையிலுள்ள பிள்ளைகள்}

(v) H = { பல்கோணிகள்}

முடிவுறு தொடைகள்	முடிவில் தொடைகள்
....	....
....	....
....	....
....	....

22.2 தொடை ஒன்றின் நிரப்பி

தரப்பட்டுள்ள தொடை ஒன்றில் அடங்காத, எனினும் அகிலத் தொடையில் அடங்கும் மூலகங்களைக் கொண்ட தொடை அத்தொடையின் ''நிரப்பி'' ஆகும்.

A ஒரு தொடை எனின், A யின் நிரப்பி A' எனக் குறிக்கப்படும்.

உதாரணம் : 3

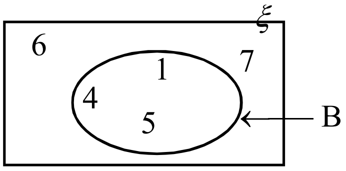
$\xi = \{ 1, 2, 3, 5 \}$

$A = \{ 2, 5 \}$ ஆகும். தொடை A யின் நிரப்பியை எழுதுக.

$A' = \{ 1, 3 \}$

உதாரணம் : 4

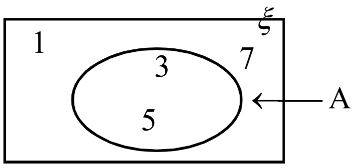
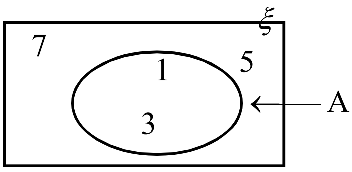
தொடை B யின் நிரப்பியை எழுதுக.



$B' = \{ 7, 6 \}$

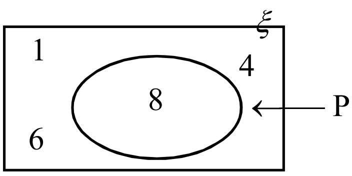
பயிற்சி : 22.2

01. சரியான விடையை இணைக்க.

தொடை	நிரப்பி
(i) $\xi = \{ 2, 4, 6, 8 \}$ $A = \{ 2, 8 \}$	$A' = \{ 6, 8 \}$
(ii) $\xi = \{ 2, 4, 6, 8 \}$ $A = \{ 2, 6 \}$	$A' = \{ 5, 7 \}$
(iii) $\xi = \{ 2, 4, 6, 8 \}$ $A = \{ 2, 4 \}$	$A' = \{ 4, 6 \}$
(iv) 	$A' = \{ 4, 8 \}$
(v) 	$A' = \{ 1, 7 \}$

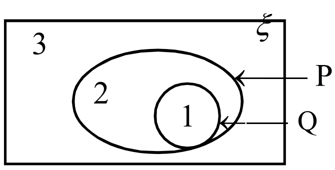
02. தரப்பட்ட தொடையின் நிரப்பித் தொடையின் மூலகங்களை இடைவெளியில் எழுதுக.

(i)



$P' = \{ .... \}$

(ii)



$P' = \{ .... \}$

$Q' = \{ .... \}$

(iii) $\xi = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$

$A = \{ 2, 4, 6 \}$ $A' = \{ .... \}$

$B = \{3, 5, 8 \}$ எனின் $B' = \{ .... \}$

(iv) ξ = { எமது வகுப்பிலுள்ள பிள்ளைகள் }

A = { எமது வகுப்பிலுள்ள சித்திரப்பாடம் கற்கும் பிள்ளைகள் }

$A' = \{ .... \}$

(v) ξ = { எமது பாடசாலையிலுள்ள பிள்ளைகள் }

A = { எமது பாடசாலையிலுள்ள ஆண் பிள்ளைகள்.}

$A' = \{ .... \}$

03. $\xi = \{ 1, 2, 3, 4, 5\ 6, 7, 8, 9, 10 \}$

A = { 1 தொடக்கம் 10 வரையுள்ள ஒற்றை எண்கள் }

B = { 1 தொடக்கம் 10 வரையுள்ள இரட்டை எண்கள் }

C = { 1 தொடக்கம் 10 வரையுள்ள முதன்மை எண்கள் }

D = { 1 தொடக்கம் 10 வரையுள்ள சதுர எண்கள் }

E = { 1 தொடக்கம் 10 வரையுள்ள முக்கோண எண்கள் }

எனின் மேலே விபரிக்கப்பட்ட தொடையின் மூலகங்களையும், நிரப்பிகளையும் இடைவெளிகளில் நிரப்புக.

(i) $A = \{ .... \}$ $A' = \{ .... \}$

(ii) $B = \{ .... \}$ $B' = \{ .... \}$

(iii) $C = \{ .... \}$ $C' = \{ .... \}$

(iv) $D = \{ .... \}$ $D' = \{ .... \}$

(v) $E = \{ .... \}$ $E' = \{ .... \}$

22.3 தொடைப்பிரிவுகள்

தரப்பட்ட தொடை ஒன்றின் எல்லா மூலகங்களாலும் ஆன தொடை அல்லது ஒரு சில மூலகங்களை மட்டும் கொண்ட தொடை அல்லது வெறுந்தொடை என்பன ஆரம்பத் தொடையின் தொடைப்பிரிவுகள் எனப்படும். A எனும் தொடையின் தொடைப்பிரிவு B எனின் $B \subset A$ எனக் குறிக்க. அதேபோல் D எனும் தொடை A யின் தொடைப்பிரிவு அல்ல எனின் $D \not\subset A$ எனக் குறிக்கப்படும்.

தொடைப்பிரிவு என்பதை $\subset$ குறியீட்டாலும், தொடைபிரிவு அல்ல என்பதை $\not\subset$ குறியீட்டாலும் காட்டலாம்.

உதாரணம் : 5

$A = \{ 1, 4, 5 \}$ எனின் A இன் தொடைப்பிரிவுகள் அனைத்தையும் எழுதுக.

$\{ 1 \}, \{ 4 \}, \{5 \}, \{ 1, 4 \}, \{ 1, 5 \}, \{4, 5 \}, \{1, 4, 5 \}, \{ \}$

என்பன A யின் உபதொடைகளாகும்.

உதாரணம் : 6

$P = \{ 1, 4, 9 \}, Q = \{ 1, 4 \}$ எனின் P யிற்கும் Q யிற்குமிடையிலுள்ள தொடர்பைத் தருக.

$Q \subset P$ என எழுதிக் காட்டலாம்.

பயிற்சி : 22.3

01.(i) கீழே தரப்பட்டுள்ள தொடைகளின் தொடைப்பிரிவுகளைத் தெரிந்தெடுத்து அவற்றின் கீழ் கீறிடுக.

(a) $A = \{ p, q, r, s \}$

(i) $\{ p, q \}$ (ii) $\{ p, n \}$ (iii) $\{ \}$ (iv) $\{ p, q, r, s \}$

(b) $B = \{ 1, 3, 5, 6, 8 \}$

(i) $\{ 1, 4 \}$ (ii) $\{ 3, 6 \}$ (iii) $\{ 1, 4, 8]$ (iv) $\{ 1, 5, 6, 8 \}$

(ii) சரியான விடையின் கீழ் கீறிடுக

(a) $A = \{ 1, 4, 8 \}, B = \{ 4, 8 \}$ எனின்

(i) $A \subset B$ (ii) $B \not\subset A$ (iii) $B \subset A$ (iv) $A \not\subset B$

(b) $X = \{ 1, 7, 8, 9 \}$ எனின்

(i) $\{ 1, 7 \} \subset X$ (ii) $\{ \ \} \subset X$ (iii) $\{ 9 \} \subset X$ (iv) $\{ \phi \} \subset X$

02. கீழே தரப்பட்டுள்ள கூற்றுக்களில் சரியான கூற்றுக்கு (✓) அடையாளமும், பிழையான கூற்றுக்கு (X) அடையாளமும் இடுக.

(i) $\{ 4 \} \subset$ { சதுர எண்கள் } ( )

(ii) { கறுப்பு, பச்சை } $\subset$ { வானவில்லின் நிறங்கள்} ( )

(iii) { ம } $\subset$ { மகரகம என்னும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துக்கள்} ( )

(iv) $\{ 2 \} \subset$ { முதன்மை எண்கள் } ( )

(v) $\{ 1, 4, 9 \} \subset$ (சேர்த்தி எண்கள் } ( )

(vi) $\{ 2010 \} \subset$ { நெட்டாண்டு } ( )

03. $\subset, \not\subset$ இல் பொருத்தமான அடையாளத்தையிட்டு இடைவெளிகளை நிரப்புக.

(i) $\{ 2, 8, 10 \}$ .... { இரட்டை எண்கள் }

(ii) { சிவப்பு நிறம் }........... { மூல நிறங்கள் }

(iii) $\{ 0, 1, 4 \}$ .... { 2012 எனும் எண்ணிலுள்ள இலக்கங்கள் }

(iv) { ....} $\subset$ { பறவைகள் }

(v) {......................} $\not\subset$ { முக்கோண எண்கள் }

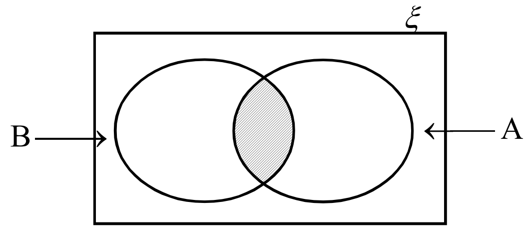
(vi) {.......................} $\subset$ { முக்கோணிகள்}

(vii) { முக்கோணிகள், நாற்பக்கல், ஐங்கோணி} $\subset$ { ....}

(viii) $\{5\}$......... { முக்கோண எண்கள்}

22.4 தொடைகளின் இடைவெட்டு

இரண்டு தொடைகளுக்கு பொதுவான மூலகங்களைக் கொண்ட தொடை அத்தொடைகளின் இடைவெட்டுத் தொடை எனப்படும்.



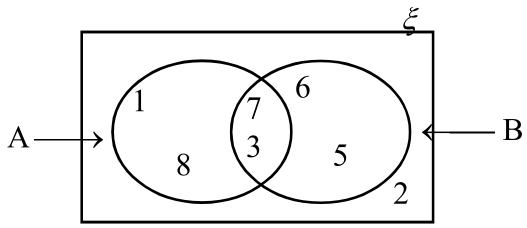
இரண்டு தொடைகளின் இடைவெட்டைக் காட்டுவதற்கு $\cap$ எனும் குறியீடு பயன்படுத்தப்படும்.

இவ் வென் உருவில் நிழற்றிக் காட்டப்பட்டுள்ள பகுதியானது தொடை A இனதும் B இனதும் இடைவெட்டு ஆகும். இதனை $A \cap B$ எனக் காட்டலாம்.

உதாரணம் : 7

$A = \{ 1, 4, 8, 9 \}$ $B = \{ 2, 4, 7, 9 \}$ எனின் $A \cap B = \{ 4, 9 \}$ ஆகும்.

உதாரணம் : 8



இதில் $A \cap B = \{ 7, 3 \}$ ஆகும்.

பயிற்சி : 22.4

01. பின்வரும் தொடைகளுள், அவற்றின் சரியான இடைவெட்டுத் தொடையைத் தெரிந்தெடுத்து அதன் கீழ்க் கீறிடுக.

(a) $A = \{ 1, 4, 7, 8 \}$ $B = \{ 1, 3, 7, 9 \}$

(i) $\{ 3, 7 \}$ (ii) $\{ 1, 7 \}$ (iii) $\{ 4, 9 \}$

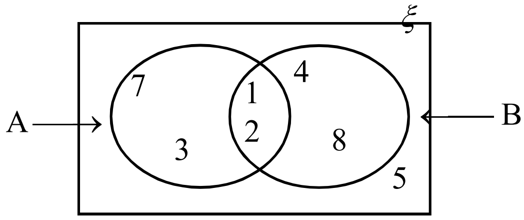
(b) P = { a, d, e, f }   Q = (b, e, m, d }

(i) { d, e }   (ii) { a, m }   (iii) { f, e }

(c) X = { ம, ர, க }   Y = { ம, ர, ம் }

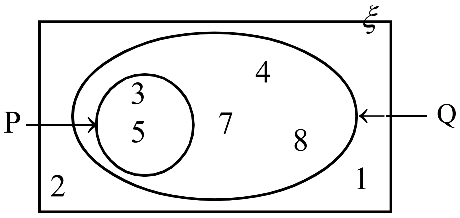
(i) { ம, க }   (ii) { ம, ர }   (iii) { ம, க, ர }

(d)



(i) { 2, 1 }   (ii) { 3, 7 }   (iii) { 4, 8 }

(e)



(i) { 2, 1 }   (ii) { 7, 4 }   (iii) { 3, 5 }

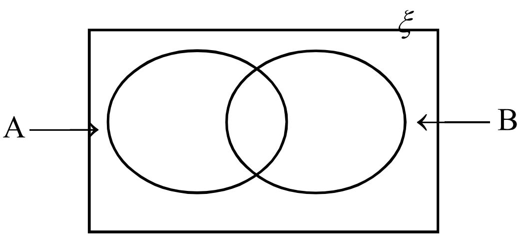
02. (a) ξ = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 }

A = { 2, 4, 6, 7 }

B = { 3, 6, 7, 8 } எனின் இத்தரவுகளைக் கொண்டு

(i) $A \cap B$ ஐக் காண்க. $A \cap B$ =.................................

(ii) இத்தரவுகளை கீழே தரப்பட்டுள்ள வென் உருவில் குறிக்க.



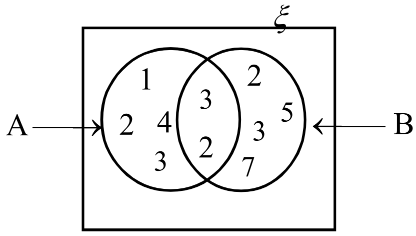
(b) ξ = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

P = { 1, 4 }

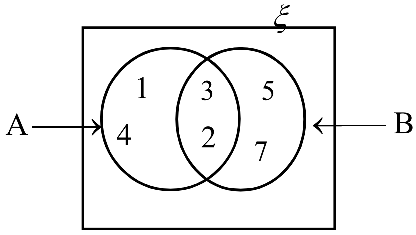
Q = { 1, 2, 3, 4 } எனின் இத்தரவுகளைக் கொண்டு

$P \cap Q$ ஐக் காண்க. $P \cap Q$ = ...

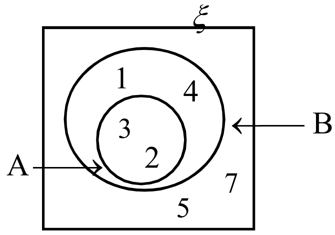
03. $A \cap B = \{2, 3\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$ ஆகவும் உள்ள தொடைகளைக் காட்டும் சரியான வென் உருவின் கீழ்க் கீறிடுக.



(i)



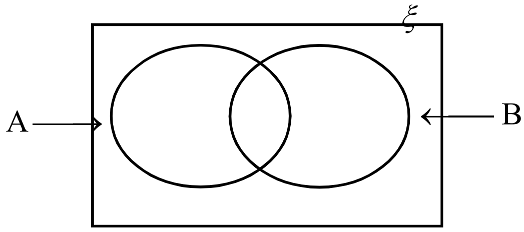
(ii)



(iii)

04. $A = \{1, 2, 5, 7\}$ $B = \{2, 5, 8, 9\}$

இத் தொடைகளைக் கீழேயுள்ள வென்னுருவில் குறித்துக் காட்டுக.



05. $\xi = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A = \{1, 4, 5, 8\}$

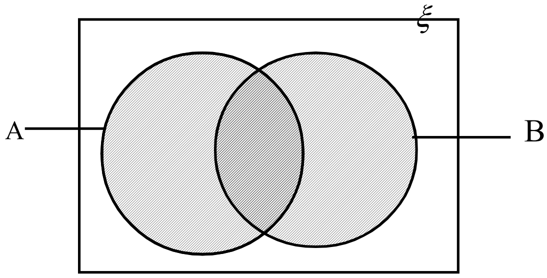
$B = \{2, 4, 8, 9\}$

இத் தொடைகளை வென்னுருவொன்றை வரைந்து அதில் குறித்துக் காட்டுக.

22.5 தொடைகளின் ஒன்றிப்பு

இரண்டு தொடைகளிலும் உள்ள எல்லா மூலகங்களையும் கொண்ட தொடை, அத்தொடையின் ஒன்றிப்பு எனப்படும்

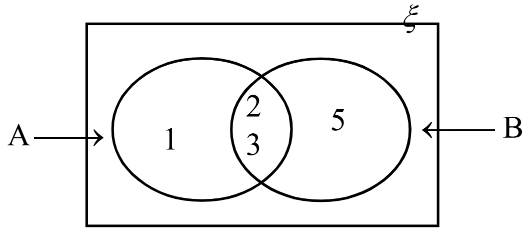
இரு தொடைகளின் ஒன்றிப்பைக் காட்டுவதற்கு $\cup$ எனும் குறியீடு பயன்படுத்தப்படும்.



உதாரணம் : 9

$A = \{1, 4, 8, 9\}$ $B = \{1, 5, 8, 3\}$ ஆகவும் இருப்பின், $A \cup B = \{1, 4, 8, 9, 5, 3\}$ ஆகும்.

உதாரணம் : 10



இதில் $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$ ஆகும்.

பயிற்சி : 22.5

01. கீழே காட்டப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தொடைச் சோடிகளுக்கும் பொருத்தமான ஒன்றிப்புத் தொடையை a, b யில் தெரிந்தெடுத்து, அதற்கு எதிரே ($\checkmark$)அடையாளமிடுக.

(i) $A = \{1, 2, 5\}$ — a $\Rightarrow \{1, 5\}$

$B = \{1, 3, 5\}$ — b $\Rightarrow \{1, 2, 3, 5\}$

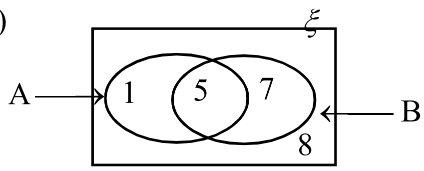
(ii) P = { ர, ல, ன } — a ⇒ { ர, ல, க, ம, ன }

P = { ல, ம, ன } — b ⇒ {ர, ல, ம, ன }

(iii) P = { கு, ங், ர } — a ⇒ { ச, ட, ங், கு, ர }

P = { ச, ட, ங், கு } — b ⇒ { கு, ங், ர }

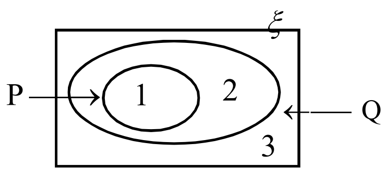
(iv)



a $\Rightarrow \{5\}$

b $\Rightarrow \{1, 5, 7\}$

(v)



a $\Rightarrow \{1, 2, 3\}$

b $\Rightarrow \{1, 2\}$

02. (a) $P = \{2, 4, 6\}$

$Q = \{1, 2, 6, 7\}$

$R = \{2, 4, 5\}$ எனும் மேலேயுள்ள தொடைகளைக் கொண்டு, கீழுள்ள ஒன்றிப்புத் தொடைகளை எழுதுக.

(i) $P \cup Q$ ={.................................}

(ii) $Q \cup R$ ={.................................}

(iii) $P \cup R$ ={.................................}

(b) கீழுள்ளவற்றை அவதானித்து சரியான விடைக்கு (✓)அடையாளமிடுக.

$A = \{ 1, 4, 5 \}$

$B = \{ 2, 3, 7 \}$

$C = \{ 1, 3, 5 \}$ எனின்,

(i) $A \cup B = \{ 1, 4, 7 \}$ ( )

(ii) $A \cup C = \{ 1, 4, 5, 3, 8 \}$ ( )

(iii) $A \cup B = \{ 1, 4, 5, 2, 3, 7 \}$ ( )

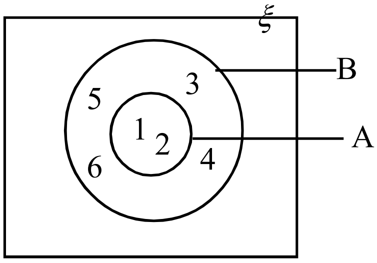
(iv) $B \cup C = \{ 3 \}$ ( )

(v) $B \cup C = \{ 2, 3, 7, 1, 8 \}$ ( )

03. தரப்பட்ட தரவுகளுக்குப் பொருத்தமான வென் உருவைத் தெரிவு செய்து இணைக்குக.

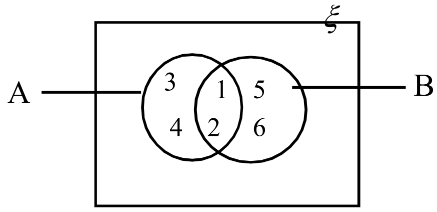
(i) $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$

$B = \{ 1, 2, 5, 6 \}$



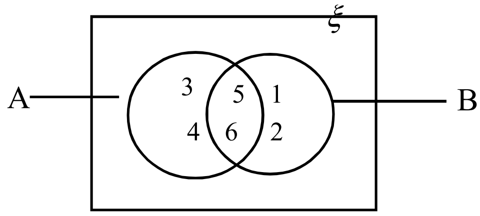
(ii) $A \cup B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{ 3, 4, 5, 6 \}$



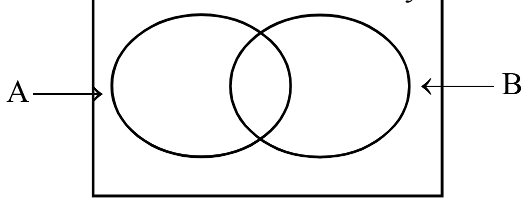
(iii) $A = \{ 1, 2 \}$

$B = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6)$



04. $A = \{ 3, 4, 6, 7, 8 \}$ ஆகவும்,

$B = \{ 7, 8, 1, 9 \}$ ஆகவும், இருப்பின் கீழே தரப்பட்டுள்ள வென் உருவில் இத்தரவுகளைக் குறித்துக் காட்டுக.



பிற்சோதனை

01. முடிவுறு தொடைகளுக்கு 2 உதாரணங்கள் தருக?

....

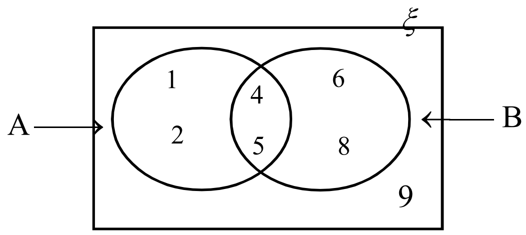
....

02. முடிவில் தொடைகளுக்கு 2 உதாரணங்கள் தருக?

....

....

03. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள வென்னுருவைக் கொண்டு கீழேயுள்ள தொடைகளை எழுதுக.



(i) A = { ....}

(ii) B = { ....}

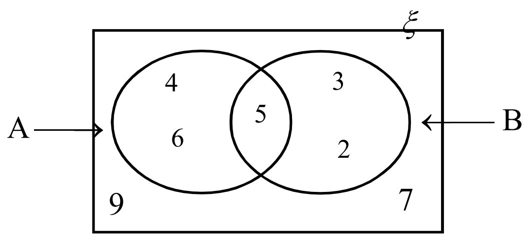
(iii) $A \cap B$ = { ....}

(iv) $A \cup B$ = { ....}

(v) A' = { ....}

(vi) B' = { ....}

04.



இவ் வென்னுருவில் உள்ள தரவுகளுக்கேற்ப, தொகுதி X இலுள்ள தொடைக்குச் சமனான தொடையைத் தொகுதி Y இலிருந்து தெரிவு செய்து இணைக்க.

(i)

X
(*i*) A =
(*ii*) B =
(*iii*) $A \cap B$ =
(*iv*) $A \cup B$ =
(*v*) A^1 =
(*vi*) B^1 =

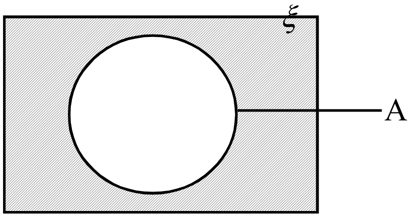
Y
{2, 3, 5}
{4, 6, 5, 2, 3}
{4, 6, 7, 9}
{4, 5, 6}
{5}
{3, 2, 7, 9}

(ii)

X	Y
$(A \cap B)^1$	$\{2, 3\}$
$(A \cup B)^1$	$\{4, 6\}$
(*iii*) $A^1 \cap B$	$\{4, 6, 2, 3, 7, 9\}$
(*iv*) $A \cap B^1$	$\{7, 9\}$

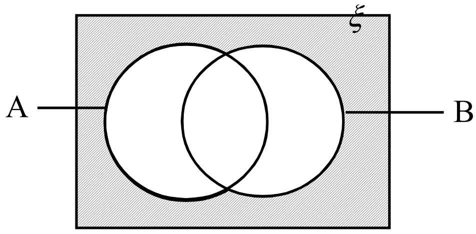
05. கீழே தரப்படும் வென்னுருவில் நிழற்றிய பகுதிக்குப் பொருத்தமான தொடையை அடைப்பினுள் இருந்து தெரிவு செய்து வென்னுருவின் கீழ் எழுதுக. ($A \cup B, A \cap B, A^/, A^/ \cap B, (A \cup B)^/$)

(i)



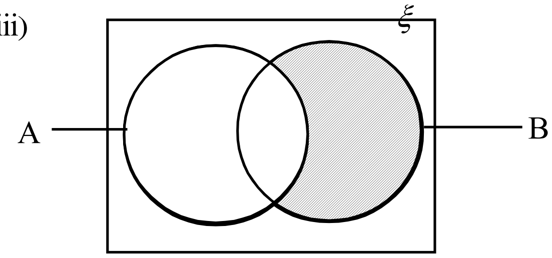
....

(ii)



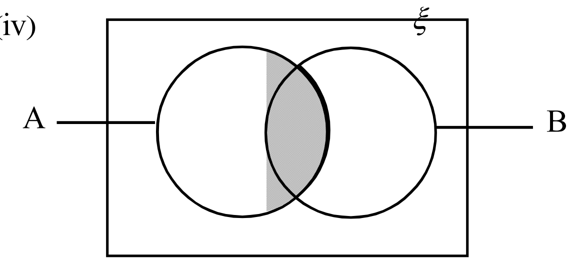
....

(iii)



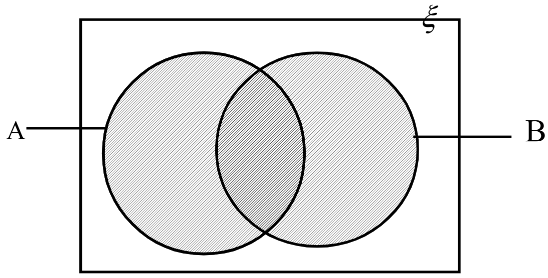
....

(iv)



....

(v)



....

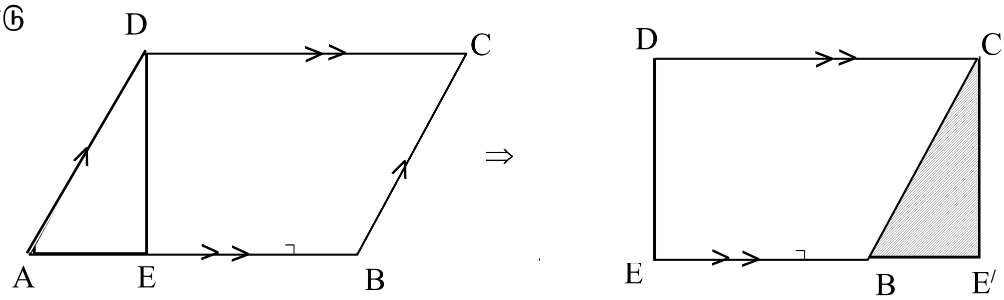
23. பரப்பளவு

விடய உள்ளடக்கம்

- **இணைகரம் ஒன்றின் பரப்பளவிற்கான சூத்திரத்தை அமைத்தல்**
- **இணைகரத்தின் பரப்பளவைக் காணல்**
- **சரிவகம் ஒன்றின் பரப்பளவிற்கான சூத்திரத்தை அமைத்தல்**
- **சரிவகத்தின் பரப்பளவைக் காணல்**
- **வட்டமொன்றின் பரப்பளவிற்கான** $A = \pi r^2$ **என்ற சூத்திரத்தை அமைத்தல்**
- **வட்டமொன்றின்** $A = \pi r^2$ **எனும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணித்தல்**
- **இணைகரம், சரிவகம், வட்டம் என்பவை தொடர்புறும் தளவுருக்களின் பரப்பளவுகள் தொடர்பான பிரசினம் தீர்த்தல்**

23.1 இணைகரத்தின் பரப்பளவு

செயற்பாடு



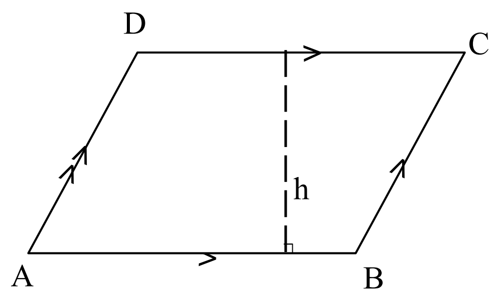
- ABCD என்ற இணைகரத்தை வரைந்து அதனை வெட்டிக் கொள்க.
- D இல் இருந்து பக்கம் AB இற்குச் செங்குத்தை வரைந்து, அது AB யைச் சந்திக்கும் புள்ளியை E எனக் குறிக்க.
- Δ ABE ஐ வெட்டி வேறாக்குக.
- வெட்டி எடுத்த Δ ADE யின் பக்கம் AD யை இணைகரத்தின் பக்கம் BC யுடன் பொருந்துமாறு ஒட்டுக.

  அப்போது கிடைக்கும் $DEE'C$ என்ற செவ்வகத்தின் பரப்பளவு $= DC \times$.......

  இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவு = செவ்வகம் $DEE'C$ யின் பரப்பளவு

  .... = ...

இணைகரத்தின் பரப்பளவு



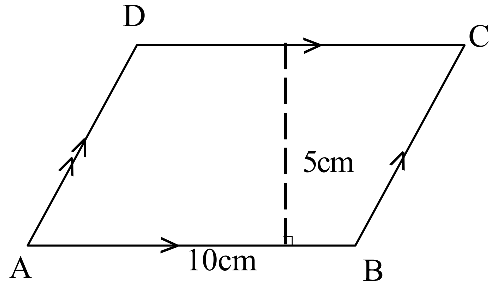
ABCD ஓர் இணைகரமாகும். இதில் AB, CD யிற்கிடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம் h ஆகும்.

இணைகரத்தின் பரப்பளவு = பக்கமொன்றின் நீளம் $\times$ அப்பக்கத்திற்கும் எதிர்ப்பக்கத்திற்கும் இடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம்

$= AB \times h$

உதாரணம் : 1

உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவைக் காண்க.



இணைகரத்தின் பரப்பளவு = பக்கமொன்றின் நீளம் $\times$ அப்பக்கத்திற்கும் எதிர்ப்பக்கத்திற்கும் இடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம்

$= 10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ (AB = 10 cm, h = 5 cm)

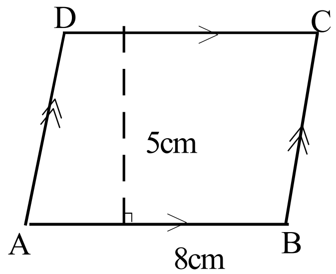
$= 50 \text{ cm}^2$

பயிற்சி : 23.1

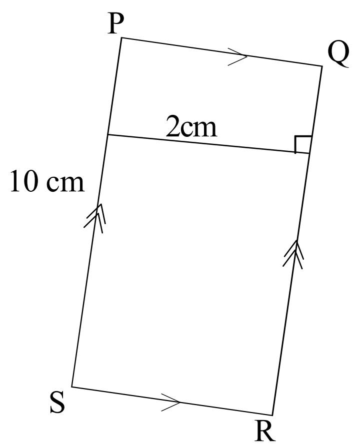
01. A பகுதியில் தரப்பட்டுள்ள இணைகரத்தின் பரப்பளவுகளுக்குச் சமனான பரப்பளவுகளைக் கொண்ட இணைகரங்களை, B பகுதியிலிருந்து தெரிவு செய்து இணைக்குக.

A

(i)

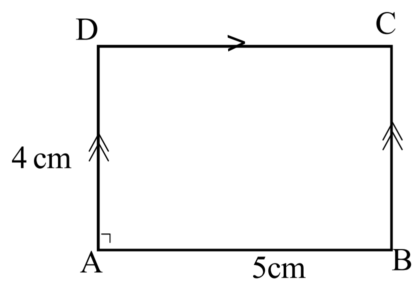


(ii)

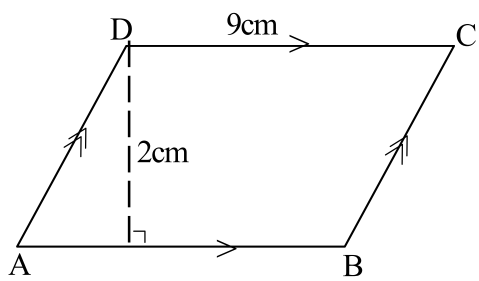


B

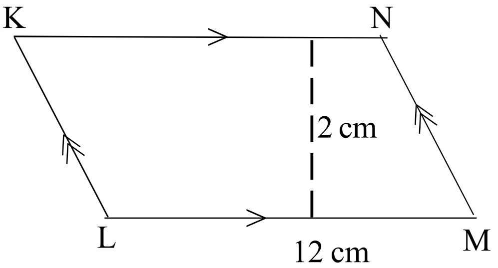
(i)



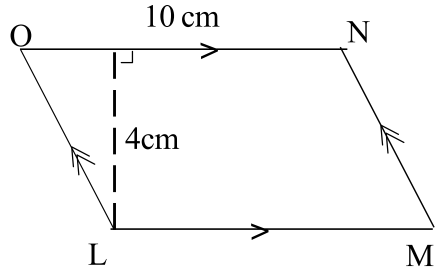
(ii)



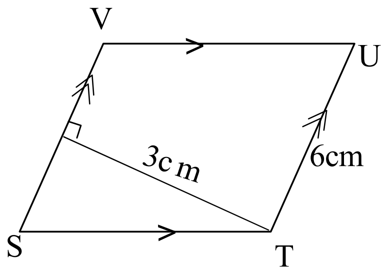
(iii)



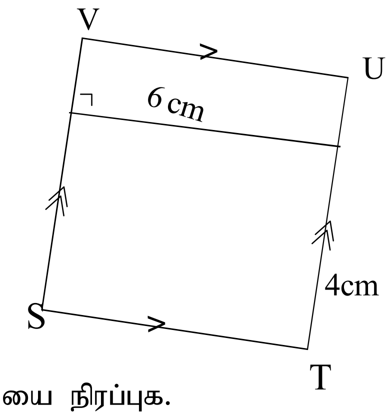
(iii)



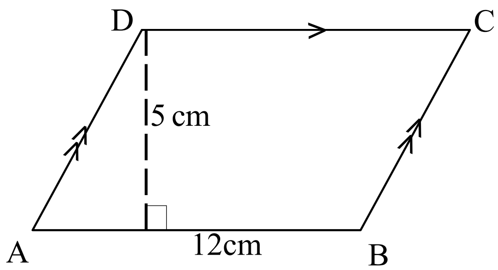
(iv)



(iv)



02. உருவில் ABCD ஓர் இணைகரம் ஆகும். இடைவெளியை நிரப்புக.

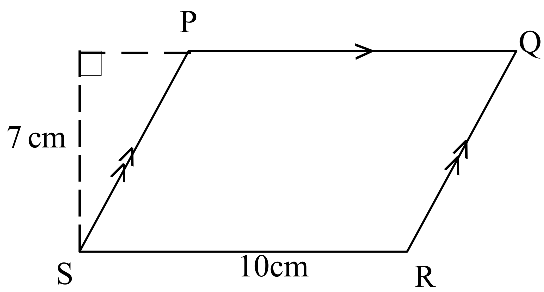


இணைகரத்தின் பக்கம் AB = ...cm

அதற்கொத்த செங்குத்துத்தூரம் = ...cm

∴ இணைகரத்தின் பரப்பளவு = ...cm^2

03. இணைகரம் PQRS ஐ அவதானித்து இடைவெளி நிரப்புக.

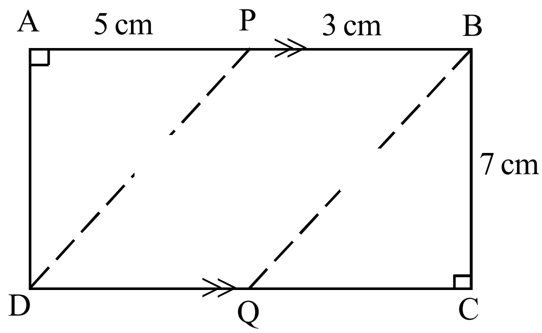


இணைகரம் PQRS இன் பரப்பளவு = பக்கமொன்றின் நீளம் × ....

= 10 cm × ....

= ....

04. உருவிலுள்ள தரவுகளுக்கு ஏற்ப PBQD இணைகரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



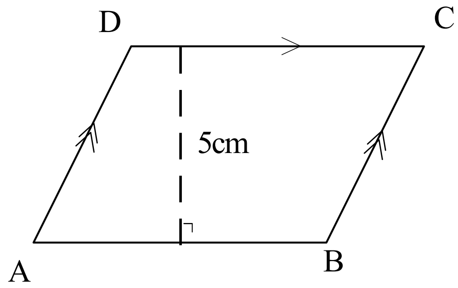
05. இணைகரம் ABCD இல் $AB = 5$ cm உம் $BC = 5$ cm உம் ஆகும். BC, AD ஆகிய பக்கங்களுக்கு இடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம் 7 cm எனின், இணைகரம் ABCD இன் பரப்பளவைக் காண்க.

23.2 இணைகரமொன்றின் பரப்பளவு தரப்படுமிடத்து, செங்குத்துத் தூரத்தைக் கொண்டு பக்கமொன்றின் நீளத்தையும், பக்கமொன்றின் நீளம் தரப்படுமிடத்து செங்குத்துத் தூரத்தையும் காணல்.

இணைகரமொன்றின் பரப்பளவு, பக்கமொன்றின் நீளம், அப்பக்கத்திற்கு எதிர் பக்கங்களுக்கிடையிலான செங்குத்துத் தூரம் என்ற 3 கணியங்களில் எவையேனும் 2 கணியங்கள் தரப்படுமிடத்து மூன்றாம் கணியத்தைக் காண முடியும்.

உதாரணம் : 2

(i) இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவு $60\ \text{cm}^2$ ஆகவும், இரு சமாந்தர பக்கங்களுக் கிடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம் 5 cm ஆகவும் இருப்பின், உருவின் AB யின் நீளத்தைக் காண்க.



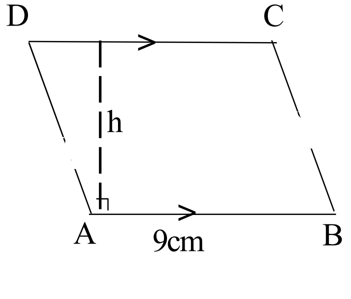
பரப்பளவு = பக்கமொன்றின் நீளம் $\times$ அப்பக்கத்திற்கும் எதிர்ப்பக்கத்திற்கும் இடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம்

$$60\ \text{cm}^2 = AB \times 5\ \text{cm}$$

$$\frac{5\,\text{cm} \times AB}{5\ \text{cm}} = \frac{60\ \text{cm}^2}{5\ \text{cm}}$$ (வெளிப் படை உண் மை)

$$AB = 12\ \text{cm}$$

(ii) இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவு $36\ \text{cm}^2$ ஆகவும், பக்கமொன்றின் நீளம் 9 cm ஆகவும் இருப்பின், அப்பக்கத்திற்கும் எதிர்ப்பக்கத்திற்குமிடையேயுள்ள செங்குத்துத் தூரத்தைக் காண்க.



பரப்பளவு = பக்கமொன்றின் நீளம் $\times$ அப்பக்கத்திற்கும் எதிர்ப்பக்கத்திற்கும் இடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம்

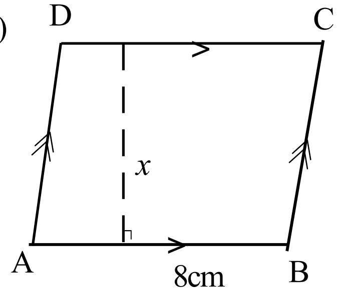
$$36\ \text{cm}^2 = 9 \times h$$

$$\frac{9h}{9} = \frac{36}{9}$$ (வெளிப் படை உண் மை)

$$h = 4\ \text{cm}$$

பயிற்சி : 23.2

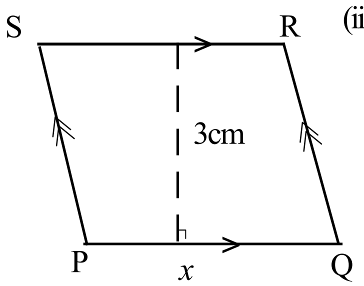
01. தரப்பட்ட உருக்களின் பரப்பளவுகளைக் கொண்டு அவ் இணைகரத்தில் x இனால் காட்டப்பட்ட அடியின் நீளம் அல்லது செங்குத்துத் தூரம் என்பவற்றைக் காண்க.

(i)


பரப்பளவு $= 40\ cm^2$

....

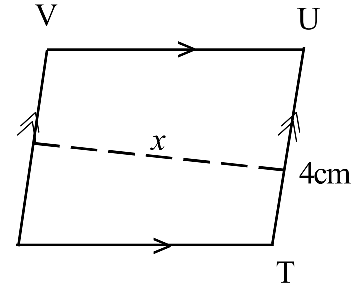
....

(ii)


பரப்பளவு $= 18\ cm^2$

....

....

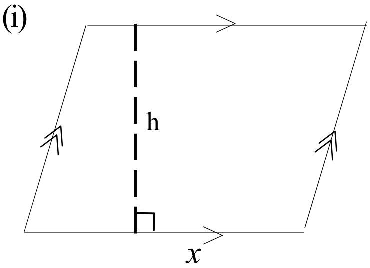
(iii)


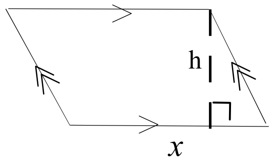
பரப்பளவு $= 20\ cm^2$

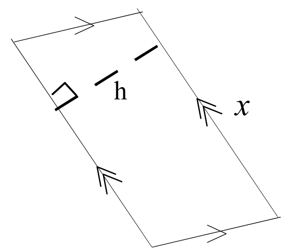
....

....

02. பரப்பளவு $24\ cm^2$ ஆகவுள்ள இணைகரங்கள் சிலவற்றை உரு காட்டுகின்றது. இவற்றுக்குப் பொருத்தமான நீள, உயரங்களைத் தெரிவு செய்து உருவில் குறித்துக் காட்டுக.

(i)


(ii)


(iii)


03. இணைகரம் PQRS இன் பரப்பளவு $24\ \text{cm}^2$. PQ, SR என்பவற்றிற்கு இடையிலான செங்குத்துத் தூரம் h எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ளது.

h ஐக் காண்பதற்குப் பின்வரும் இடைவெளிகளை நிரப்புக.

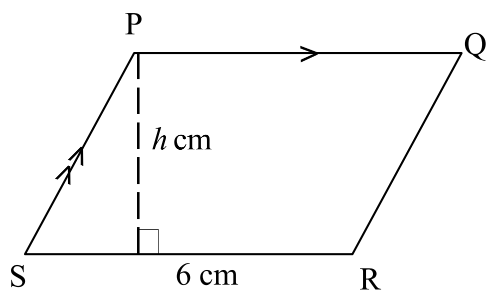
இணைகரம் PQRS இன் பரப்பளவு $= \text{SR} \times h$

$= \dots\dots\dots\dots \times h$

$\frac{\boxed{\dots\dots}}{\boxed{\dots\dots}} = h$

$\dots\dots\dots\dots = h$

$h = \dots\dots\dots\dots$



04. உருவில் ABCD ஒரு இணைகரம். தரவுகளைப் பயன்படுத்தி AB, DC என்பவற்றிற்கு இடையிலான செங்குத்துத் தூரத்தைக் காண்க.

இடைவெளி நிரப்புக.

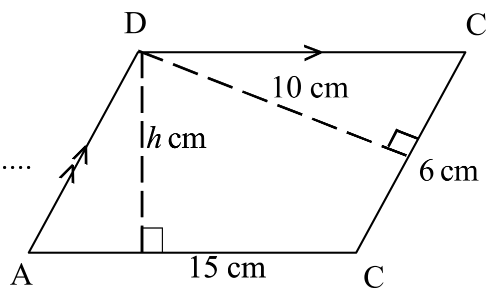
இணைகரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= 15 \times h$

இவ்வாறே,

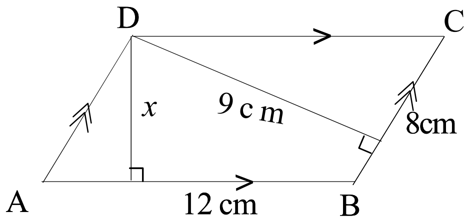
இணைகரம் ABCD இன் பரப்பளவு $= \dots\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots\dots$

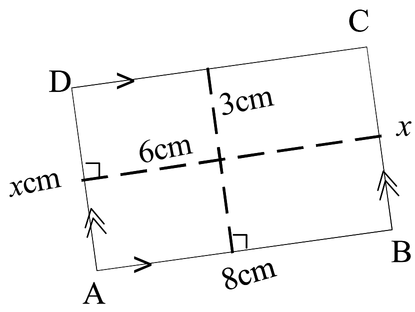
$15 \times h = \dots\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots\dots$

$h = \dots\dots\dots\dots$



5. கீழே தரப்பட்டுள்ள இணைகரங்களின் தரவுகளைக் கொண்டு x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.





........×........ = ...×........

.... = ...

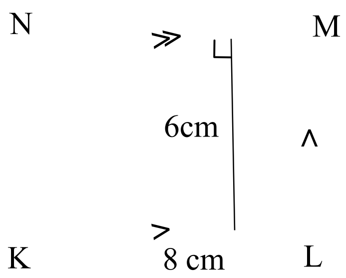
x = ...

........×........ = ...×........

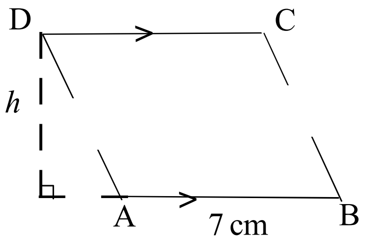
.... = ...

x = ...

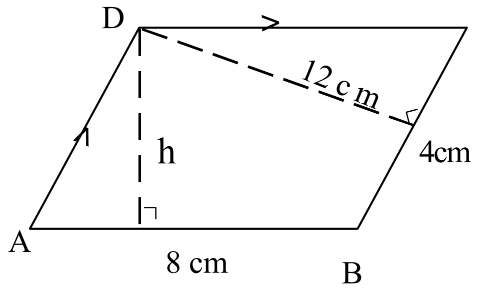
06. இணைகரம் KLMN இன் பரப்பளவைக் காண்க.



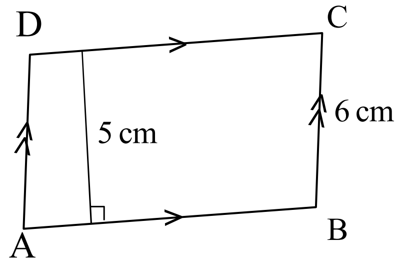
07. இணைகரம் ABCD யின் பரப்பளவு $42cm^2$ எனின், தரப்பட்ட தரவுகளுக்கமைய h இன் நீளத்தைக் காண்க.



08. தரப்பட்டுள்ள உருவில் h இன் நீளத்தைக் காண்க.



09. தரப்பட்டுள்ள இணைகரத்தின் சுற்றளவு 30 cm எனின், உருவில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு ஏற்பப் பரப்பளவைக் காண்க.



சுற்றளவு = ... cm

BC யின் நீளம் = ... cm

AD யின் நீளம் = ... cm

(இணைகரத்தின் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமன் என்பதால்)

$\therefore$ AB + DC = ... cm (ஏனைய இரு பக்கங்களின் கூ. தொ.)

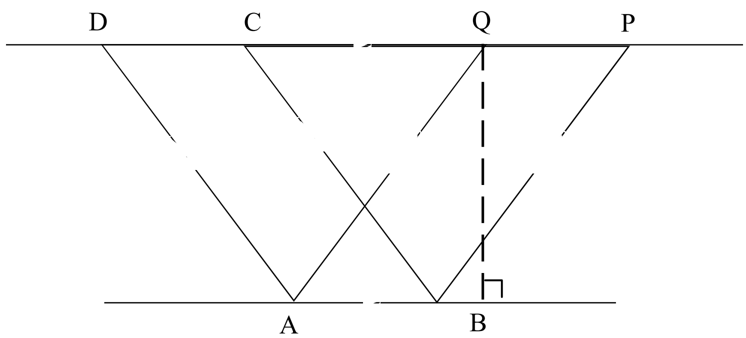
AB = ... cm

ABCD யின் பரப்பு = AB யின் நீளம் $\times$ செங்குத்துத் தூரம்

= .... $\times$ ....

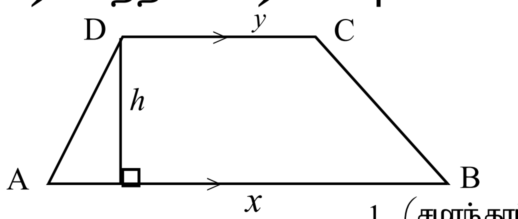
= ....

10. உருவிலுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப, பரப்பளவு சமனான இரண்டு இணைகரங்களைப் பெயரிடுக. அதற்கான காரணத்தையும் எழுதுக.



23.3 சரிவகத்தின் பரப்பளவைக் காணல்

சரிவகத்தின் பரப்பளவு



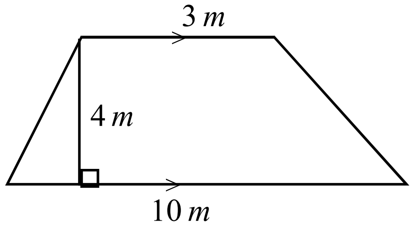
ABCD ஓர் சரிவகமாகும். இதில் சமாந்தர பக்கங்களுக்கு இடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம் h ஆகும்.

$$\text{சரிவகத்தின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2}\times\begin{pmatrix}\text{சமாந்தரப்பக்கங்களின்}\\ \text{கூட்டுதொகை}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\text{சமாந்தர பக்கங்களுக்}\\ \text{கிடையிலான செங்குத்தூரம்}\end{pmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}\times(\text{AB+DC})\times \text{h}=\frac{1}{2}\times\left(x+y\right)\times h$$

உதாரணம் : 3

சரிவகம் ABCD யின் பரப்பளவைக் காணல்.



$$\text{சரிவகத்தின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2}\times\begin{pmatrix}\text{சமாந்தர பக்கங்களின்}\\ \text{கூட்டுதொகை}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\text{சமாந்தர பக்கங்களுக்}\\ \text{கிடையிலான செங்குத்துத் தூரம்}\end{pmatrix}$$

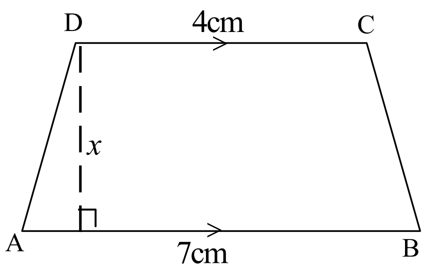
$$=\frac{1}{2}\times(10\text{ cm}+3\text{ cm})\times 4\text{ cm}$$

$$=\frac{1}{2}\times 13\text{ cm}\times 4\text{ cm}$$

$$=26\text{ cm}^2$$

உதாரணம் : 4

உருவில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கிணங்க சமாந்தர பக்கங்களுக்கிடையிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம் x ஐக் காண்க. சரிவகம் ABCD யின் பரப்பளவு 44 cm^2 ஆகும்.



$$\text{சரிவகத்தின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2}\times(4\text{ cm}+7\text{ cm})\times x$$

$$44\text{ cm}^2 = \frac{1}{2}\times 11\text{ cm}\times x$$

$$2\times 44\text{ cm}^2 = \frac{1}{2}\times 11\text{ cm}\times x\times 2$$

$$88\text{ cm}^2 = 11x\text{ cm}$$

$$\frac{11x\text{ cm}}{11}=\frac{88\text{ cm}^2}{11}$$

$$x = 8\text{ cm}$$

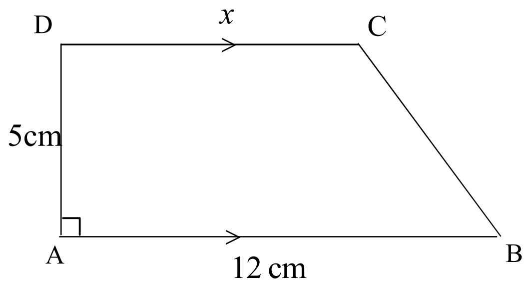
சமாந்தரப் பக்கங்களுக்கிடையிலான செங்குத்துத் தூரம் 8 cm

உதாரணம் : 5

சரிவகம் ABCD யின் பரப்பளவு 50 cm^2 ஆகும். சமாந்தரப் பக்கங்களுக்கு இடையிலான தூரம் 5 cm சமாந்தர பக்கம் ஒன்றின் நீளம் 12 cm மற்றைய பக்கம் x எனக் காட்டப்பட்டுள்ளது. x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\text{சரிவகத்தின் பரப்பளவு} = \frac{1}{2}\times\begin{pmatrix}\text{சமாந்தர பக்கங்களின்}\\ \text{கூட்டுதொகை}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\text{சமாந்தர பக்கங்களுக்}\\ \text{கிடையிலான செங்குத்துத் தூரம்}\end{pmatrix}$$

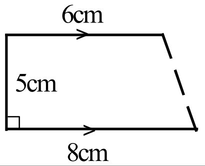
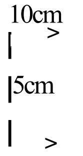
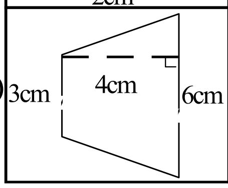
$$\text{பரப்பளவு} = \frac{1}{2}\times(12+x)\times 5$$
$$2\times 50\text{ cm}^2 = \frac{1}{2}\times(12+x)\times 5\times 2$$
$$\frac{100}{5} = \frac{(12+x)\times 5}{5}$$
$$20 = 12+x$$
$$12+x = 20$$
$$x = 20-12$$
$$x = 8\text{ cm}$$



$\therefore$ சரிவகத்தில் x இனால் காட்டப்படுவது $= 8$ cm

பயிற்சி : 23.3

01. பின்வரும் சரிவகங்களின் பரப்பளவைக் காண்பதன் மூலம் அட்டவணையை நிரப்புக.

	சரிவகம்	சமாந்தர பக்கங்களின் கூ.தொ.	சமாந்தரப் பக்கங்களுக்கு இடையிலுள்ள செங்குத்துத்தூரம்	$\frac{1}{2}\times$(ச.ப.கூ.தொ.)$\times$ (ச.ப.இ.செ.தூ.)	பரப்பளவு
(i)	4cm 6cm	4+6= 10	3	$\frac{1}{2}\times 10\times 3$	$15\ cm^2$
(ii)	 6cm 5cm 8cm	....	5	....	....
(iii)	 10cm 5cm 2cm	....	....	$\frac{1}{2}\times 12\times 5$	....
(iv)	 3cm 4cm 6cm	....	4	....	....

02. சரிவகமொன்றின் சமாந்தரப் பக்கங்களின் நீளங்கள் முறையே 4 cm, 7 cm ஆகும். அச்சமாந்தர பக்கங்களுக்கிடையியிலுள்ள செங்குத்துத் தூரம் 8 cm ஆகும். சரிவகம் ஒன்றை வரைந்து

(i) தரவுகளைக் குறிக்க.

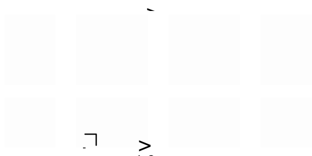
(ii) சரிவகத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

03. கீழே தரப்பட்டுள்ள சரிவகங்களின் பரப்பளவு $40cm^2$ ஆகும். கூற்றுக்களுக்கேற்ப,

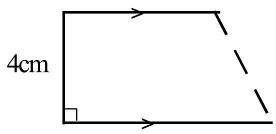
(a) x இனாலான சமன்பாட்டை எழுதுக.

(b) x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

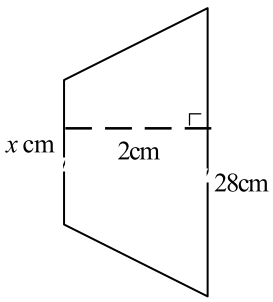
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

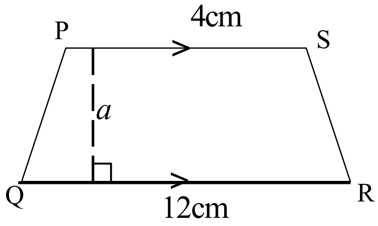
4 cm

6 cm

04. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சரிவகத்தினதும் பரப்பளவும், சமாந்தரக் கோடுகளின் நீளங்களும் தரப்பட்டுள்ளது. சமாந்தரக் கோடுகளுக்கிடைப்பட்ட செங்குத்துத் தூரத்தைக் கண்டு சரியான விடையின் கீழ்க் கீறிடுக.

(i) சரிவகம் PQRS இல் a யின் நீளம்

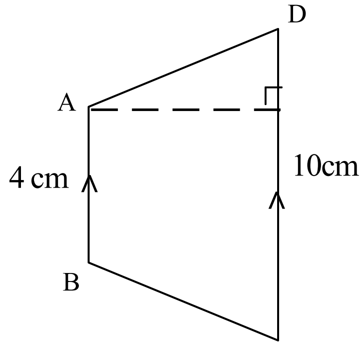
(i) 6cm (ii) 4 cm (iii) 24 cm



பரப்பளவு $32cm^2$

(b) சரிவகம் ABCD இல் x யின் நீளம்

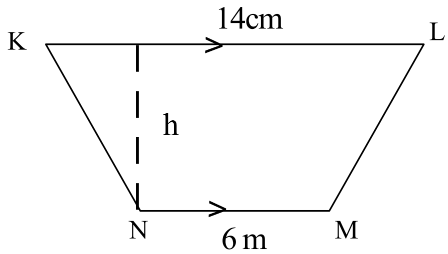
(i) 3cm (ii) 14 cm (iii) 7 cm (iv) 21 cm



பரப்பளவு $21cm^2$

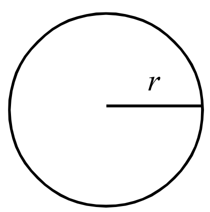
(c) சரிவகம் KLMN இல் h யின் நீளம்

(i) 20cm (ii) 30 cm (iii) 15 cm (iv) 5 cm



பரப்பளவு $50cm^2$

23.4 வட்டமொன்றின் பரப்பளவைக் காணல்



ஆரை r ஆக உடைய வட்டமொன்றின் பரப்பளவு $= \pi r^2$ ஆகும்.

இதில் π இன் பெறுமானம் $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14 ஆகும்.

உதாரணம் : 6

(i) ஆரை 7 cm ஆகவுள்ள வட்டமொன்றின் பரப்பளவைக் காண்க.

வட்டமொன்றின் பரப்பளவு $= \pi r^2$ ஆகும்.

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$
$$= 154\ cm^2$$

(ii) வட்டமொன்றின் பரப்பளவு 616 cm^2 ஆகும். எனின் அதன் ஆரையைக் காண்க.

வட்டமொன்றின் பரப்பளவு $= 616\ cm^2$

$$\pi r^2 = 616\ cm^2$$

$$\frac{22}{7} \times r^2 = 616 \qquad \left(\because \pi = \frac{22}{7}\right)$$

$$\frac{7}{22} \times \frac{22}{7} \times r^2 = \frac{7}{22} \times 616 \text{ (இருபுறமும் } \frac{7}{22} \text{ ஆல் பெருக்க)}$$

$$r^2 = 7 \times 28$$

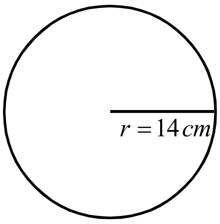
$$r^2 = 196$$

$$r = \sqrt{196}$$

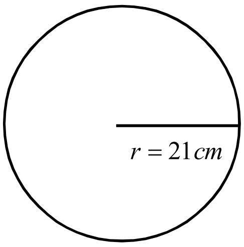
$$r = 14\ cm$$

பயிற்சி : 23.4

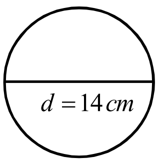
01. j uggl Ls s ms Tfi sf;nfhz L tll qfs pd ; guggs Tfi sf;fz L>r upahd t pd l AI d ; , i z ff. (c Ut py ; r என்பது ஆரை, d என்பது விட்டம்)

(a) 

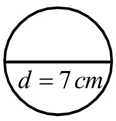
(K) $154\,cm^2$

(b) 

(L) $616\,cm^2$

(c) 

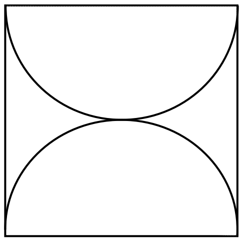
(M) $38.5\,cm^2$

(d) 

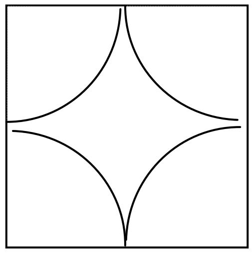
(N) $1386\,cm^2$

02. நிழற்றப்பட்ட பகுதிகளின் பரப்பளவைக் காண்க.

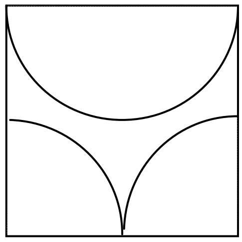
(i)



(ii)



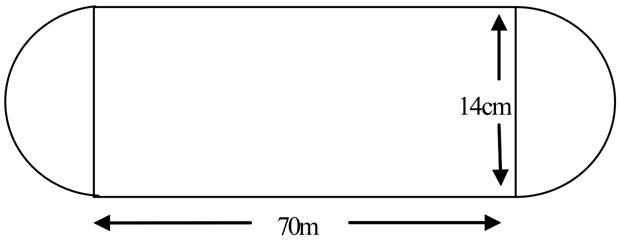
(iii)



03. வட்டத்தின் பரப்பளவு $154\,cm^2$ எனின், அதன் விட்டத்தைக் காண்க.

04. பரப்பளவு $1386\,cm^2$ ஐக் கொண்ட வட்டமொன்றின் ஆரையைக் காண்க.

05.



மேலுள்ள உருவின் பரப்பளவைக் காண்பதற்கு இடைவெளி நிரப்புக.

வட்டத்தின் பரப்பளவு = ... (2 அரைவட்டங்கள் இருப்பதனால்)

= ....

செவ்வகத்தின் பரப்பளவு = ...

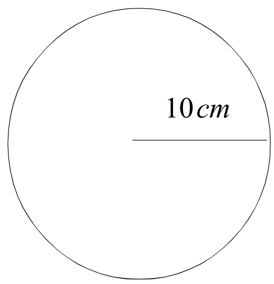
= ....

முழுப் பரப்பளவு = ... + ...

= .... cm^2

06. $\pi = 3.14$ எனக் கொண்டு பின்வரும் வட்டங்களின் பரப்பளவுகளைக் காண்க.

(i) ஆரை 10 cm ஆகவுள்ள வட்டத்தின் பரப்பளவு



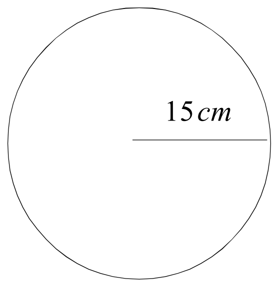
வட்டத்தின் பரப்பளவு $= \pi r^2$

$= 3.14 \times$..........

$= 3.14 \times$........$\times$........

= ....

(ii) ஆரை 15 cm ஆகவுள்ள வட்டமொன்றின் பரப்பளவு.



வட்டத்தின் பரப்பளவு = ...

$= 3.14 \times$..........

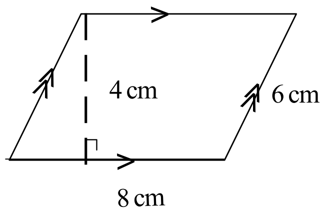
= ....$\times$..........$\times$..........

= ....

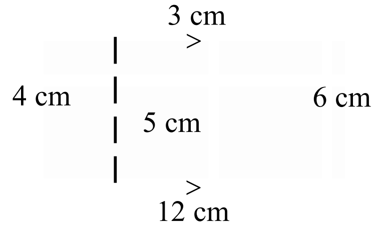
பிற்சோதனை

01. தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப, பின்வரும் உருக்களின் பரப்பளவைக் காண்க.

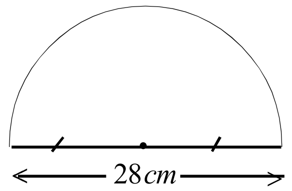
(i)



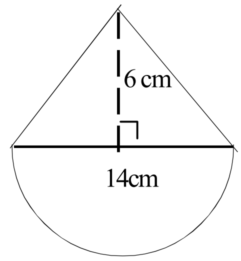
(ii)



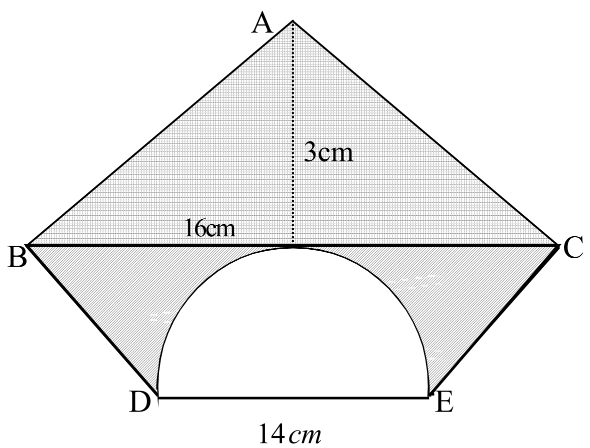
(iii)



(iv)



02. கீழுள்ள உருவானது, சுரங்கப் பாதையின் குறுக்கு வெட்டு முகமாகும். நிழற்றப்பட்டுள்ள பகுதியின் மொத்த மேற்றளப்பரப்பளவைக் காண்க. (இதில் முக்கோண வடிவ முகமும், சரிவக வடிவான முகமும் இணைந்த கூட்டுருவில் இருந்து அரைவட்டப் பகுதி நீக்கப்பட்டுள்ளது)



(i) சரிவகம் BCED யில் சமாந்தர பக்கங்களுக்கிடைப்பட்ட செங்குத்துத் தூரம் யாது?

(ii) முக்கோண வடிவ முகத்தின் பரப்பளவு யாது?

(iii) சரிவகத்தின் பரப்பளவு யாது?

(iv) அரைவட்டப் பகுதியின் பரப்பளவு யாது?

(v) நிழற்றப்பட்ட பகுதியின் மொத்தப் பரப்பளவு யாது?

24 நிகழ்தகவு

விடய உள்ளடக்கம்

- **எழுமாற்றுப் பரிசோதனையை இனங்காணல்.**
- **பரிசோதனையின்போது கிடைக்கக்கூடிய அனைத்துப் பேறுகளையும் கொண்ட தொடை அப்பரிசோதனையின் மாதிரி வெளி என இனங்காணல்**
- **தரப்பட்ட பரிசோதனைக்குரிய மாதிரிவெளியை எழுதுதல்**
- **சமநேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகளை இனங்கண்டு, அவற்றிற்கு உதாரணங்களை எழுதுதல்**
- **சம நேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சியின் நிகழ்தகவு** $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ **மூலம் பெறுவார்.**

24.1 எழுமாற்றுப் பரிசோதனை

ஒரு நிகழ்ச்சி மூன்று வகைப்படும்.

* நிச்சயமாக நிகழும் நிகழ்ச்சி.
* நிச்சயமாக நிகழாத நிகழ்ச்சி.
* நடைபெறும் அல்லது நடைபெறாது என நிச்சயமாகக் கூற முடியாத நிகழ்ச்சிகள்

குறிப்பிட்ட நிகழ்ச்சி நடைபெறும் அல்லது நடைபெறாது என முன்கூட்டியே கூறமுடியாத பரிசோதனைகள் எழுமாற்று பரிசோதனை எனப்படும்.

எழுமாற்றுப் பரிசோதனை ஒன்றில் காணக்கூடிய பண்புகள்.

* பெறக்கூடிய எல்லாப் பேறுகளையும் முன்னரே அறிந்திருத்தல்.
* பரிசோதனை நடைபெறும் சந்தர்ப்பத்தில் பெறக்கூடிய பேறினை முன்கூட்டிக் கூற முடியாதிருத்தல்.
* பரிசோதனை திரும்பத் திரும்ப செய்யக்கூடியதாக இருத்தல்.
* பரிசோதனையை மீண்டும் மீண்டும் செய்த போதும், பேறுகள் ஒரு கோலத்தில் அமையாதிருத்தல்.

உதாரணம் : 1

(i) முகங்களில் 1, 2, 3, 4, 5. 6 என இலக்கங்கள் இடப்பட்ட கோடாத சதுரமுகித் தாயக்கட்டை உருட்டப்படும் பரிசோதனையின் போது, ஒரு எண்ணைப் பெறுதல் என்பது ஒரு எழுமாற்றுப் பரிசோதனை என விளக்குக.

(ii) ஒரே அளவும் ஒரே வடிவமும் கொண்ட 5 சிவப்பு நிறப் பந்துகள் உள்ள பையொன்றில் இருந்து எழுமாற்றாக ஒரு பந்தை வெளியே எடுத்து அதன் நிறத்தை அவதானித்தல். இது எழுமாற்றுப் பரிசோதனையா? விளக்குக.

(i) விடை : எழுமாற்றுப் பரிசோதனை

விளக்கம் : முன் கூட்டியே விழும் இலக்கத்தைக் கூறமுடியாமை

(ii) விடை : எழுமாற்றுப் பரிசோதனையல்ல

விளக்கம் : எப்போதும் சிவப்பு நிறமே கிடைக்கும்

பயிற்சி 24.1

கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பரிசோதனையும், எழுமாற்றுப் பரிசோதனை எனின் (✓) அடையாளமும், இல்லை எனின் (X) அடையாளமும் இடுக. மூன்றாவது நிரலில் காரணத்தைக் குறிப்பிடுக.

பரிசோதனை	எழுமாற்றுப் பரிசோதனை எழுமாற்றுப்பரிசோதனையல்ல	காரணம்
கோடாத நாணயம் ஒன்றைச் சுண்டி கிடைக்கும் பேறினை அவதானித்தல்		
பை ஒன்றில் ஒரே வடிவத்திலும் அளவிலும் சிவப்பு, கறுப்பு, நீலம் போன்ற நிறங்களையுடைய மூன்று பேனைகள் உள்ளன. பையைப் பார்த்து ஒரு சிவப்புப் பேனையை வெளியே எடுத்தல்		
1 - 50 வரை இலக்கங்கள் எழுதப்பட்ட அட்டைகள் உள்ளன. அவ்வட்டைகளில் ஒன்றை எழுமாற்றாக எடுத்து அதிலுள்ள இலக்கத்தை அவதானித்தல்		
முதற் பரிசு மட்டும் கிடைக்கும் ஒரு அதிஸ்ட லாபச் சீட்டுக்களில் முதற் பரிசுக்கான சீட்டைத் தெரிதல்.		
1, 2, 3. 4 என்று இலக்கம் இடப்பட்ட நான்முகித் தாயக்கட்டை ஒன்றை உருட்டி விட்டபோது தரையைத் தொடும் பக்கத்தை அவதானித்தல்		
காய்களும், பழங்களும் உள்ள தோடம்பழக் குவியல் ஒன்றில் இருந்து ஒரு காயை வெளியே எடுத்தல்.		

24.2 மாதிரி வெளி

யாதாயினும் ஒரு எழுமாற்றுப் பரிசோதனையில் பெறக்கூடிய எல்லாப் பேறுகளையும் கொண்ட தொடை அப்பரிசோதனையின் மாதிரி வெளி எனப்படும். மாதிரி வெளி S மூலம் காட்டப்படும்.

உதாரணம் : 3

கீழே தரப்பட்ட பரிசோதனைகளின் மாதிரி வெளிகளை எழுதுக.

(i) முகங்களில் இலக்கங்கள் 1 - 6 வரை எழுதப்பட்ட கோடாத தாயக்கட்டை ஒன்றை உருட்டி விடல்.

(ii) பை ஒன்றில் இருக்கும் பேனைகளுள் இல 1, 2. 3 என எழுதப்பட்ட மூன்று சிவப்பு நிறப் பேனைகளும், இல 1, 2 என எழுதப்பட்ட இரண்டு நீலநிறப் பேனைகளும் உள்ளன. எழுமாறாக ஒரு பேனையை எடுத்தல்.

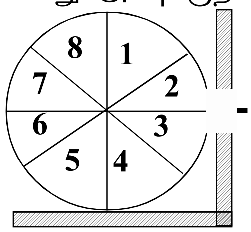
விடைகள் :

(i) S = { 1, 2, 3, 4, 5, 6, }

(ii) S = { சிவப்பு$_1$, சிவப்பு$_2$, சிவப்பு$_3$, நீலம்$_1$, நீலம்$_2$}

பயிற்சி 24.2

01. தரப்பட்ட ஒவ்வொரு பரிசோதனையினதும் மாதிரி வெளியை எழுதுக.

எழுமாற்றுப் பரிசோதனை	மாதிரி வெளி
(i) கோடாத நாணயத்தைச் சுண்டுதல்	S = { ....}
(ii) 6 இலும் குறைந்த எண்ணும் எண்கள் எழுதப்பட்ட ஒரே அளவான அட்டைகள் ஒரு பையில் உள்ளன. அதிலிருந்து ஒரு அட்டையை எடுத்து எண்ணைக் குறித்தல்	S = { ....}
(iii) முகங்களில் இலக்கம் 1 - 4 வரை எழுதப்பட்ட நான்முகித் தாயக்கட்டையை உருட்டி விட்டபோது தரையைத் தொடும் முகத்திலுள்ள எண்ணை அவதானித்தல்	S = {..}
(iv) வகுப்பில் உள்ள மாணவன் ஒருவனை எடுத்தபோது அவன் பிறந்த மாதம்.	S = {..}
(v) சக்கரத்தை சுழற்றிவிட்டபோது அம்புக்குறி நோக்கி நிற்கும் எண். 	S = { ....}
(vi) உறையினுள் உள்ள அளவிலும் பருமனிலும் சமனான சிவப்பு, நீலம், மஞ்சள், வெள்ளை நிறப்பந்துகளிலிருந்து ஒரு பந்தை உறையினுள் பாமல் எடுத்தல்.	S = { ....}

24.3 நிகழ்ச்சி, எளிய நிகழ்ச்சி

எழுமாற்று பரிசோதனை ஒன்றின் மாதிரி வெளியின் ஒரு தொடைப்பிரிவு நிகழ்ச்சி எனப்படும். ஒரேயொரு பேறினை மட்டும் கொண்ட நிகழ்ச்சி, மேலும் பிரிக்க முடியாத எளிய நிகழ்ச்சி எனப்படும்.

உதாரணம் : 4

(i) கோடாத நாணயத்தைச் சுண்டி விட்டபோது பெறக்கூடிய பேறுகளின் மாதிரி வெளியை எழுதுக.

(ii) பரிசோதனையின் எல்லா நிகழ்ச்சிகளையும் வெவ்வேறாகத் தருக.

(ii) எல்லா நிகழ்ச்சிகளிலிருந்தும் எளிய நிகழ்ச்சியை வேறாக்கி எழுதுக.

விடைகள்

(i) S = { தலை, பூ } (ii) {தலை}, {பூ}, {தலை, பூ}

(iii) {தலை}, {பூ}

உதாரணம் : 5

ஐந்திலும் குறைந்த எண்ணும் எண்களைத் தனித்தனியே காகிதத் துண்டுகளில் எழுதி உருட்டப்பட்டது. அவற்றில் ஒன்றை எழுமாறாக எடுத்தல்.

(i) பெறக்கூடிய பேறுகளின் மாதிரிவெளியைத் தருக.

(ii) எல்லா நிகழ்ச்சிகளையும் தனித்தனியே தருக.

(iii) எளிய நிகழ்ச்சிகளை எழுதுக.

விடை :

(i) $S = \{ 1, 2, 3, 4\}$

(ii) $\{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 3 \}, \{4 \}, \{ 1, 2 \}, \{ 1, 3 \}, \{ 1, 4 \}$
$\{ 2, 3 \}, \{ 2, 4 \}, \{ 3, 4 \}, \{ 1, 2, 3 \}, \{ 1, 3, 4 \}, \{ 2, 3, 4 \}, \{ 1, 2, 4 \}, \{ 1, 2, 3, 4 \}$

(iii) $\{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 3 \}, \{4 \}$

பயிற்சி 24.3

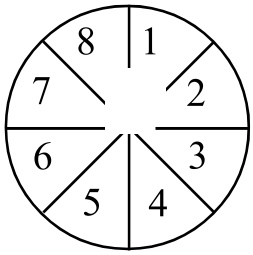
01. தரப்பட்ட ஒவ்வொரு பரிசோதனைகளிலிருந்து, பின்வரும் அட்டவணையின் இடைவெளிகளை நிரப்புக.

	பரிசோதனை	மாதிரி வெளி	யாதேனும் மூன்று நிகழ்ச்சிகள்
(i)	1 - 6 வரை இலக்கங்கள் எழுதப்பட்ட சாதாரண தாயக்கட்டை ஒன்றை உருட்டுதல்		
(ii)	ஒரே வகையிலும், அளவிலும் உள்ள சிவப்பு, நீலம், கறுப்பு பேனைகள் உள்ள பையில் இருந்து எழுமாறாக ஒரு பேனையை எடுத்தல்.		
(iii)	கரப்பந்து, உதைபந்து, எல்லே ஆகிய விளையாட்டுக்கள் விளையாடும் மாணவர்களில் ஒருவரை எழுமாறாகத் தெரிவு செய்தால் அவர் விளையாடும் விளையாட்டு (ஒருவர் ஒரு விளையாட்டை மட்டும் விளையாடுகிறார்)		
(iv)	1 - 7 வரை எழுதப்பட்ட அட்டைகளில் ஒன்றை எழுமாறாக எடுத்தல்.		

24.4 சமநேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகள்

யதாயினும் ஒரு பரிசோதனையின் மாதிரி வெளியில் உள்ள எந்தப் பேறும் நடைபெறுவதற்கான வாய்ப்புச் சமனாக இருந்தால், ஒரு பேறைக் கொண்ட நிகழ்ச்சிகள் (எளிய நிகழ்ச்சிகள்) சமநேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகள் எனப்படும்.

உதாரணம் : 6



தரப்பட்ட சக்கரத்தில், எண்கள் 1 - 8 வரை எழுதப்பட்டுள்ளது. மையத்தில் அம்புக்குறி ஒன்று பொருத்தப்பட்டுள்ளது. சக்கரத்தைச் சுழற்றி விட்ட போது அம்புக்குறி காட்டி நிற்கும் எண் அவதானிக்கப்படுகின்றது

(i) எந்த ஒரு எண்ணிலும் அம்புக்குறி காட்டி நிற்கும் வாய்ப்புச் சமமானதா?

(ii) இங்கு ஒவ்வொரு எளிய நிகழ்ச்சியும் சமநேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகளா?

(iii) உமது விடைக்கான காரணத்தைத் தருக.

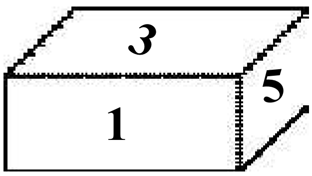
விடைகள் :

(i) எந்த ஒரு எண்ணிலும் அம்புக்குறி நிற்கும் வாய்ப்பு சமனாகும்.

(ii) சம நேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சிகளாகும்.

(iii) சக்கரம் சமமான பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளதால்.

உதாரணம் : 7



தரப்பட்ட கனவுரு வடிவத் தாயக்கட்டையில் 1- 6 வரை இலக்கம் இடப்பட்டுள்ளது. அத்தாயக்கட்டடையை உருட்டி விட்டால் பெறக்கூடிய எல்லா எளிய நிகழ்ச்சிகளும் சமநேர்தகவுடையவையா? விளக்குக.

விடை :

சமநேர்தகவுடைய நிகழ்ச்சி அல்ல. கனவுருவடிவத் தாயக்கட்டையின் முகங்கள் ஒரே அளவு உடையதாக இல்லை.

பயிற்சி 24.4

தரப்பட்ட நிகழ்ச்சிகள் சமநேர்தகவுடையதாக இருந்தால் '✓'எனவும் இல்லாவிடில் 'X' எனவும் இடுக.

	நிகழ்ச்சி	'✓' அல்லது 'X'
1.	வெவ்வேறு அளவுகளையுடைய வெள்ளை, நீலம், மஞ்சள் ஆகிய மூன்று நிற மூடிகளில் ஒன்றை எழுமாறாக எடுத்து நிறத்தை அவதானித்தல்.	
2.	10 இலும் குறைந்த எண்ணும் எண்கள் எழுதப்பட்ட ஒரே அளவுடைய காகித அட்டைகளில் ஒன்றை எழுமாறாக எடுத்தல்.	
3.	வெவ்வேறு அளவுகளுடைய சிவப்பு நிற பந்துகள் 4ம், நீல நிறப்பந்துகள் 2ம் உள்ள பையில் இருந்து எடுத்த பந்தின் நிறத்தை அவதானித்தல்	
4.	மாணவன் ஒருவனைத் தெரிவு செய்தால், அவனது பிறந்த நாள் செவ்வாய்க்கிழமையாக இருத்தல்.	
5.	மாணவ தலைவர்களிலிருந்து, சிரேஷ்ட மாணவ தலைவன் ஒருவரைக் சீட்டிழுப்பின் மூலம் தெரிவு செய்தல்	

24.5 எதிர்பார்க்கும் நிகழ்ச்சி ஒன்றின் நிகழ்தகவு

எதாவது பரிசோதனையின் எதிர்பார்க்கும் நிகழ்ச்சி A எனவும், அதற்குரிய சமநேர்தகவுடைய பேறுகள் அடங்கிய மாதிரிவெளி S எனவும் குறித்தால், நிகழ்ச்சி A நடைபெறுவதற்கான நிகழ்தகவு P(A) யினாலும், மாதிரி வெளி S இன் முதலிமை n(S) இனாலும் குறிக்கப்படும். அப்போது நிகழ்ச்சி A யின் நிகழ்தகவு $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$ ஆகும்.

உதாரணம் : 8

1 - 6 வரை இலக்கம் இடப்பட்ட கோடாத தாயக்கட்டை ஒன்று சுண்டிவிடப்பட்டபோது

(i) 3எனும் இலக்கம் பெறக்கூடிய நிகழ்ச்சி A எனின், A யின் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) இரட்டை எண்ணைப் பெறுவதற்குரிய நிகழ்ச்சி B எனின், P(B) ஐக் காண்க.

(iii) 3 இலும் கூடிய எண்ணைப் பெறுவதற்குரிய நிகழ்ச்சி C எனின், P(C) ஐக் காண்க.

மாதிரி வெளி $S\ \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$\therefore\ n(S) = 6$

(i) 3 ஐப் பெறும் நிகழ்ச்சியின் பேறுகளின் தொடை $A = \{3\}$

$n(A) = 1$

3 எனும் எண்ணைப் பெறும் நிகழ்தகவு = P(A)

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{6}$$

(ii) B யின் பேறுகளின் தொடை $B = \{2, 4, 6\}$

$n(B) = 3$

B நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு = P(B)

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{3}$$

(iii) C யின் பேறுகளின் தொடை $C = \{4, 5, 6\}$

$n(C) = 3$

C நிகழ்வதற்கான நிகழ்தகவு = P(C)

$$P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{3}$$

பயிற்சி 24.5

(1) 1 - 20 வரை எண்கள் எழுதப்பட்ட ஒரே அளவான 20 அட்டைகள் ஒன்றாக கலக்கப்பட்டு எழுமாறாக ஒரு அட்டை வெளியே எடுக்கப்படுகிறது. இடைவெளிகளை நிரப்புவதன் மூலம் ஒவ்வொரு சந்தரப்பத்துக்குமுரிய நிகழ்தகவைக் காணபதற்கு இடைவெளிகளை நிரப்புக.

(i) 5 இன் மடங்கைப் பெறல் எனும் நிகழ்ச்சி A எனின்,

A = { 5, ..., ..., ...}

n(A) = ...

n(S) = 20

$\therefore\ P(A) = \dfrac{n(A)}{n(S)}$

$= \dfrac{.......}{.......}$

$\therefore$ 5 இன் மடங்கிற்கான எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு ....

(ii) சதுர எண்களைப் பெறுவதற்கான நிகழ்ச்சி B எனின்,

B = { 1, ..., ..., ... }

n(B) = ...

n(S) = ...

$P(B) = \dfrac{n(B)}{n(S)} = \dfrac{.......}{.......}$

எனவே P(B) = ...

$\therefore$ சதுர எண்கள் பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு ....

(iii) முக்கோணி எண்ணைப் பெறுவதற்கான நிகழ்ச்சி C எனின்,

C = { .... }

n(C) = ...

$\therefore$ P(C) = ...

$\therefore$ முக்கோணி எண் ஒன்று கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு ....

(iv) எண்ணின் ஓராம் இடத்தில் உள்ள இலக்கம் 2 ஆக இருப்பதற்கான நிகழ்ச்சி D எனின்,

D = { .... }

n(D) = ...

$\therefore$ P(D) = ...

$\therefore$ ஒன்றினிடத்து இலக்கம் 2 ஆவதற்குரிய நிகழ்தகவு ....

(v) 15 இலும் கூடிய பெறுமானம் உடைய எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்ச்சி E எனின்,

E = { .... }

n(E) = ...

$\therefore$ P(E) = ...

$\therefore$ 15 இலும் கூடிய எண் கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு ....

02. ஒரு பெட்டியில் ஒரே பருமன் கொண்ட 15 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும், வெள்ளை, மஞ்சள், பச்சை, நீலம், கறுப்பு நிறப் பந்துகள் ஒன்று வீதமும் உள்ளன. எழுமாறாக ஒரு பந்தை வெளியே எடுக்கும்போது,

(i) வெளியே எடுக்கப்படும் பந்தொன்றுக்கு இருக்கக்கூடிய நிறங்கள் அனைத்தையும் எழுதுக.

(ii) பெட்டிக்குள் இருக்கும் மொத்தப் பந்துகளின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?

(iii) வெளியே எடுக்கப்பட்ட பந்து சிவப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

(iv) வெளியே எடுக்கப்பட்ட பந்து சிவப்பு நிறமாக இல்லாதிருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

(v) வெளியே எடுக்கப்பட்ட பந்து கறுப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

03. ஒரு பரிசு மட்டும் அளிக்கப்படும் ஒரு அதிஸ்ட லாபச் சீட்டில் 200 சீட்டுக்கள் விற்பனை செய்யப்பட்டன.

(i) ஒரு சீட்டு வாங்கியவர்.

(ii) 10 சீட்டு வாங்கியவர்.

(iii) 200 சீட்டு வாங்கியவர்.

பரிசைப் பெறும் நிகழ்தகவைக் காண்க.

பிற்சோதனை

01. 1 - 10 வரை எண்கள் எழுதப்பட்ட ஒரே அளவான அட்டைகளில் இருந்து எழுமாறாக ஒரு அட்டை வெளியே எடுக்கப்படுகிறது.

(i) கிடைக்கக்கூடிய எல்லாப் பேறுகளினதும் மாதிரி வெளியை எழுதுக.

(ii) வெளியே எடுக்கப்பட்ட அட்டை, இரட்டை எண்ணாக இருப்பின் அதன் பேறுகளின் தொடையை எழுதுக.

(iii) வெளியே எடுக்கப்பட்ட அட்டை, இரட்டை எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைத் தருக.

(iv) எடுக்கப்பட்ட அட்டையின் இலக்கம், ஓர் முதன்மை எண்ணாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

02. ஒரே அளவும் ஒரே வடிவமும் கொண்ட R_1, R_2 என அடையாளமிடப்பட்ட இரு சிவப்புப் பந்துகளும், B_1, B_2, B_3 என அடையாளமிடப்பட்ட நீலப் பந்துகள் மூன்றும், ஒரு வெள்ளைப் பந்தும் (W_1) ஒரு பச்சைப் பந்தும் (G_1) பை ஒன்றில் உள்ளது.

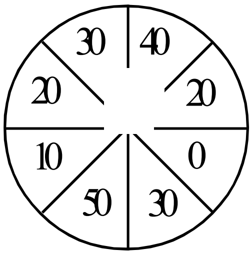
(i) கிடைக்கக்கூடிய எல்லாப் பேறுகளையும் எழுதுக.

(ii) வெளியே எடுக்கப்பட்ட பந்து சிவப்பு நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவை எழுதுக.

(iii) வெளியே எடுக்கப்பட்ட பந்து வெள்ளை நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவை எழுதுக.

(iv) வெளியே எடுக்கப்பட்ட பந்து நீல நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

03.



வட்ட வடிவமான ஒரு அட்டை 8 சம பகுதிகளாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு பகுதியிலும் உருவில் காட்டியவாறு எண்கள் இடப்பட்டுள்ளன. அதன் மையத்தில் ஒரு காட்டி பொருத்தப்பட்டுள்ளது. இதனை சுழல விட்டுக் காட்டி நோக்கி நிற்கும் எண் அவதானிக்கப்பட்டு வெற்றியாளர் தெரிவு செய்யப்படுவார். வெற்றி பெறுவதற்கு அதிகூடிய எண் பெற்றிருக்க வேண்டும் என்பது போட்டி நிபந்தனை ஆகும்.

அட்டை சுழன்று நிறுத்தப்பட்ட பின் காட்டி நோக்கி நிற்கும் எண்,

(i) 0 ஆகும் நிகழ்தகவு யாது?

(ii) 50 ஆகும் நிகழ்தகவு யாது?

(iii) 30 இலும் குறைந்த எண் ஆவதன் நிகழ்தகவு யாது?

04. 500 அதிஷ்ட லாபச் சீட்டுக்கள் அச்சிடப்பட்டுள்ளன. அதில் ஒரு சீட்டுக்கு மாத்திரம் வெற்றி வாய்ப்பு உள்ளது. இவற்றில் சுமன் 25 சீட்டுகளை வாங்கினால் அவன் வெற்றியீட்டுவதற்கான நிகழ்தகவு எவ்வளவு?

05.

எடுத்த நேரம்	மாணவர் எண்ணிக்கை
0 - 10	25
11 - 20	14
21 - 30	8
40 ஐ விடக் கூட	3

ஒரு குறிப்பிட்ட பாடசாலையில் கல்வி கற்கும் 9ம் தரத்தில் உள்ள மாணவர்கள் தமது வீட்டில் இருந்து பாடசாலைக்கு வருவதற்கு எடுத்த நேரம் இவ்வட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

எழுமாறாக தெரிவு செய்யப்படும் மாணவர் ஒருவர்,

(i) முப்பது நிமிடங்களுக்கு அதிகமான நேரத்தை எடுப்பவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) இருபது நிமிடங்களுக்குக் குறைவான நேரத்தை எடுப்பவராக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

06. ஒழுங்கான எண்முகி ஒன்றில் 1 - 8 வரை எண்கள் எழுதப்பட்டுள்ளன. எண்முகி உருட்டப்பட்டு விட்டபோது தரையைத் தொடும் பக்கம்,

(i) 8 ஆகும் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) முதன்மை எண் ஆவதன் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iii) முதன்மை எண்ணாக இல்லாதிருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

07. பல்தேர்வு வினாக்கள் கொண்ட ஒரு வினாப்பத்திரத்தில் ஒரு வினாவுக்கு 5 விடைகள் வீதம் தரப்பட்டுள்ளன. ஒரு குறிப்பிட்ட வினாவுக்கு ஒரு மாணவர் விடையளித்திருந்தால் அவ்விடை,

(i) சரியான விடையாக இருப்பதன் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(ii) தவறான விடையாக இருப்பதன் நிகழ்தகவைக் காண்க.

08. பெட்டி ஒன்றில் ஒரே அளவும், வடிவமும் கொண்ட சிவப்பு, நீலம் ஆகிய நிறங்களையுடைய 15 பந்துகள் உள்ளன. எழுமாறாக ஒரு பந்து வெளியெ எடுக்கப்படுமானால், அது சிவப்பு நிறமாக இருப்பதன் நிகழ்தகவு $\frac{2}{5}$ ஆகும்.

(i) பெட்டியில் உள்ள சிவப்பு நிறப் பந்துகள் எத்தனை?

(ii) பெட்டியில் உள்ள நீல நிறப் பந்துகள் எவ்வளவு?

(iii) வெளியே எடுக்கும் பந்து நீல நிறமாக இருப்பதன் நிகழ்தகவைக் காண்க.

(iv) வெளியே எடுத்த பந்து சிவப்பு நிறமாக இருப்பதன் நிகழ்தகவுக்கும், நீல நிறமாக இருப்பதன் நிகழ்தகவுக்கும் இடையில் உள்ள தொடர்பைப் பெறுக.

09. ஒரு கிராமத்தில் குடியிருக்கும் மக்களில் 1500 பேர் வீட்டுத் தலைவர்கள் ஆவர். அவர்களில் ஒருவரை எழுமாறாக தெரிவு செய்தால் அவர் வெளி மாவட்டத்தில் இருந்து வந்து குடியிருப்பவராக இருப்பதன் நிகழ்தகவு 5 % ஆகும்.

(i) இடைவெளி நிரப்புக $5\% = \frac{\cdots\cdots}{100} = \frac{\cdots\cdots\cdots}{1500}$

(ii) வீட்டுத் தலைவர்களில் எத்தனை பேர் வெளி மாவட்டத்தில் இருந்து குடியேறியவர்கள்.

(iii) அக்கிராமத்திலேயே பிறந்த ஒருவராக இருப்பதன் நிகழ்தகவைக் காண்க.

10. ஒரு டொபி பக்கட்டில் 20 டொபிகள் உண்டு.

நிறம்	பாற் சுவை	பழச் சுவை
வெள்ளை	3	4
சிவப்பு	8	5

எழுமாறாக ஒரு டொபி வெளியே எடுக்கப்பட்டால்அது,

(i) பழச்சுவையாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு

(ii) பாற்சுவை உடையதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

(iii) வெள்ளை நிறமாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

(iv) சிவப்பு நிறப் பழச்சுவை உடையதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு.

(v) வெள்ளை நிற பாற்சுவை உடையதாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு
என்பவற்றைக் காண்க.

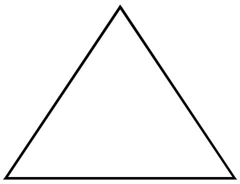
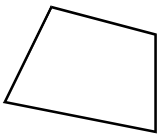
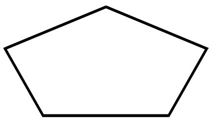
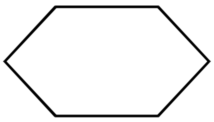
25. பல்கோணியின் கோணங்கள்

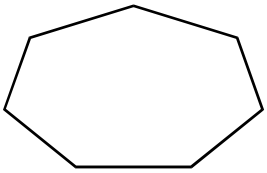
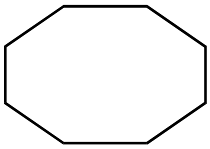
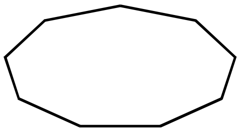
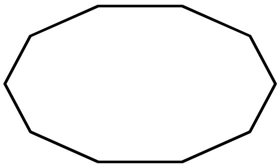
விடய உள்ளடக்கம்

- **n பக்கங்களையுடைய பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $(2n-4)$ செங்கோணங்கள் என்பதை அறிந்து கொள்ளல்**
- **n பக்கங்கள் கொண்ட பல்கோணியொன்றின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $(2n-4)$ செங்கோணங்கள் என்ற தேற்றத்தை வாய்ப்புப்பார்த்தல்.**
- **n பக்கங்கள் கொண்ட பல்கோணியொன்றின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $(2n-4)$ செங்கோணங்கள் என்ற தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைத் தீர்த்தல்.**
- **n பக்கங்கள் கொண்ட பல்கோணியொன்றின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 4 செங்கோணங்கள் என்பதை அறிந்து கொள்ளல்**
- **n பக்கங்கள் கொண்ட பல்கோணியொன்றின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 4 செங்கோணங்கள் என்னும் தேற்றத்தை வாய்ப்புப் பார்த்தல்.**
- **n பக்கங்கள் கொண்ட பல்கோணியொன்றின் புறக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 360 என்பதைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைத் தீர்த்தல்**

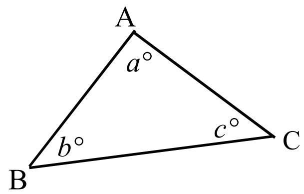
25.1 பல்கோணியின் அகக்கோணங்கள்

கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையை பூரணப்படுத்துக.

பல்கோணி	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	அகக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை
முக்கோணி 	3	3
நாற்பக்கல் 	....	....
ஐங்கோணி 	....	....
அறுகோணி 	....	....

பல்கோணி	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	அகக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை
எழுகோணி 	....	....
எண்கோணி 	....	....
நவகோணி 	....	....
தசகோணி 	....	....

மேலே உள்ள அட்டவணையில் பெறப்பட்ட தகவல்களின்படி எந்தவொரு பல்கோணியினதும் பக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்கும், அகக்கோணங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையில் உள்ள தொடர்பை எழுதிக்காட்டுக.

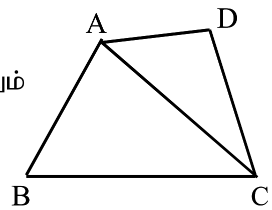


ΔABC யின் எல்லா அகக் கோணங்களினதும்

கூட்டுத்தொகை $= a^\circ + b^\circ + c^\circ$

$= 2$ செங்கோணங்கள்

நாற்பக்கல் ABCD இன் எல்லா அகக்கோணங்களினதும்



கூட்டுத்தொகை = ΔABC இன் எல்லா அகக் கோணங் களினதும் கூட் டுத் தொகை + ΔACD இன் எல் லா அகக் கோணங் களினதும் கூட் டுத் தொகை

$= 2$ செங்கோணங்கள் $+ 2$ செங்கோணங்கள்

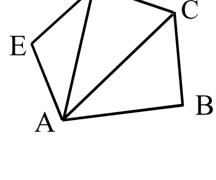
$= 4$ செங்கோணங்கள்

ஐங்கோணி ABCDE இன் எல்லா அகக்கோணங்களினதும்

கூட்டுத்தொகை = ΔABC இன் எல்லா அகக்கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை + ΔACD இன் எல்லா அகக்கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை + ΔADE இன் எல்லா அகக்கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை

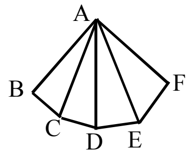
$= 2$ செங்கோணங்கள் $+ 2$ செங்கோணங்கள் $+ 2$ செங்கோணங்கள்

$= 6$ செங்கோணங்கள்



அறுகோணி ABCDEF இல் ஒரு உச்சியுடன் எல்லா உச்சிகளையும் இணைக்கும் போது பெறப்படும் முக்கோணிகளின் எண்ணிக்கை 4. இம் முக்கோணிகள் 4 இனதும் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $= 2 \times 4$ செங்கோணங்கள்

$= 8$ செங்கோணங்கள்



கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

பல்கோணி	பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	பல்கோணியின் ஓர் உச்சியுடன் ஏனைய உச்சிகளை இணைப்பதால் பெறப்படும் முக்கோணிகளின் எண்ணிக்ளை	பல்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை
முக்கோணி	3	1	செங்கோணங்கள் $2 \times 1 = 2$ செங்
நாற்பக்கல்	4	2	செங்கோணங்கள் $2 \times 2 = 4$ செங்
ஐங்கோணி	5	3	செங்கோணங்கள் $2 \times 3 = 6$ செங்
அறுகோணி	....	4	செங்கோணங்கள் $2 \times 4 = 8$ செங்
எழுகோணி	7	....	செங்கோணங்கள் $2 \times 5 = 10$ செங்
எண்கோணி	8	6	செங்கோணங்கள் $2 \times$ ....=.... செங்
நவகோணி	....	....	....
தசகோணி	....	....	....

பக்கங்களின் எண்ணிக்கை n ஆகவுள்ள பல்கோணியொன்றின் ஓர் உச்சியுடன் ஏனைய உச்சிகளை இணைப்பதன் மூலம் பெறப்படும் முக்கோணிகளின் எண்ணிக்கை $n - 2$

அப்பல்கோணியின் அகக்கோணங்கள் அனைத்தினதும் கூட்டுத்தொகை $2(n - 2)$ செங்கோணங்கள்

$\therefore$ n பக்கங்கள் உடைய பல்கோணியொன்றின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $2(n - 2)$ செங்கோணங்கள் அதாவது $2n - 4$ செங்கோணங்கள் ஆகும்.

n பக்கங்களையுடைய பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை ($2n - 4$) செங்கோணங்களாகும்.

இதனைப் பாகையில் காட்டுவதாயின் $90(2n - 4)$ அல்லது $180(n - 2)$ எனக் காட்டலாம்.

உதாரணம் : 1

7 பக்கங்களையுடைய பல்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையை,

(i) செங்கோணங்களில் தருக.

(ii) பாகையில் காட்டுக.

விடை

(i) n பக்கங்களையுடைய பல்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை $\}= (2n-4)$ செங்கோணங்கள்

7 பக்கங்களையுடைய பல்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை $\}= (2\times 7-4)$ செங்கோணங்கள்

$= 14-4$

$= 10$ செங்கோணங்கள்

(ii) செங்கோணம் 90^0 என்பதால் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $= 10\times 90^0$

$= 900^0$

உதாரணம் : 2

15 பக்கங்களையுடைய பல்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை எத்தனை பாகை?

15 பக்கங்களையுடைய பல்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத் தொகை $\}= 180^0(n-2)$

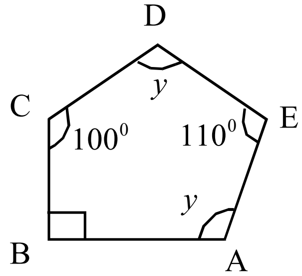
$= 180^0(15-2)$

$= 180^0\times 13$

$= 2340^0$

உதாரணம் : 3

உரு ABCDE என்பது ஒரு ஐங்கோணியாகும். y இனால் காட்டப்படும் கோணத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



ஐங்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $= 180^0(n-2)$

$= 180^0(5-2)$

$= 180^0\times 3$

$= 540^0$

$$\therefore y + y + 110^0 + 100^0 + 90^0 = 540^0$$
$$2y + 300^0 = 540^0$$
$$2y + 300^0 - 300^0 = 540^0 - 300^0$$
$$2y = 240^0$$
$$\frac{2y}{2} = \frac{240^0}{2}$$
$$y = 120^0$$

பயிற்சி : 25.2

01. கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் பல்கோணிகளின் வகைகளுக்கேற்ப அவற்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைச் செங்கோணங்களிலும் பாகையிலும் காண்க.

பல்கோணி	அகக்கோணங்களின் கூட்டுதொகை செங்கோணங்களில் $(2n-4)$	அகக்கோணங்களின் கூட்டுதொகை பாகையில் $180^0(n-2)$
நாற்பக்கல்	$(2\times 4)-4$ $=4$	$180^0(4-2)$ $=360^0$
ஐங்கோணி	$(2\times 5)-\square$ $=6$	$180^0(\square-2)$ $=540^0$
அறுகோணி	$(2\times ......)-4$ $=.........$	$180^0(6-\square)$ $=...............$
எழுகோணி	$(2\times ......)-\square$ $=.........$	$180^0(\square-2)$ $=...............$
எண்கோணி	$(........\times ......)-.........$ $=.........$	$\square(\square-\square)$ $=...............$

02. 18 பக்கங்களையுடைய பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையை செங்கோணங்களில் காண்க?

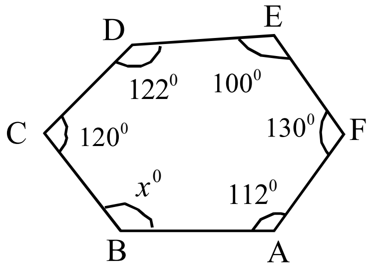
03. 13 பக்கங்களையுடைய பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையை பாகையில் காண்க.

04. பல்கோணியொன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 17 செங்கோணங்களாகும் என சுனில் கூறுகின்றான். சுனிலின் கூற்றுச் சரியானதா என எடுத்துரைக்க.

05. பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 2400^0 என நிமால் கூறுகின்றான். நிமாலின் கருத்து சரியானதா? காரணம் தருக.

06. பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 26 செங்கோணங்களாகும். இப் பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

07. பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 1980^0ஆகும் இப்பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

08. 

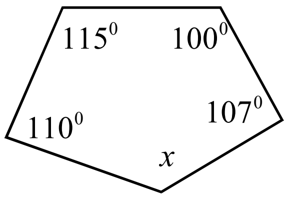
உருவில் ABCDEF ஒரு அறுகோணியாகும்.

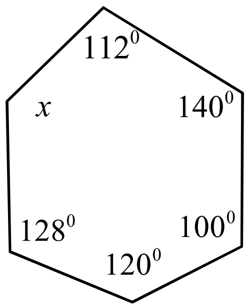
(i) அறுகோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை எத்தனை பாகை?

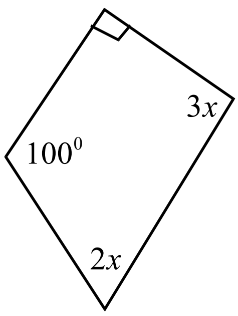
(ii) தரப்பட்ட உருவை அவதானித்து x இலான ஒரு சமன்பாட்டை அமைக்க.

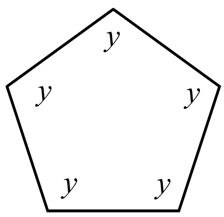
(iii) அதிலிருந்து x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

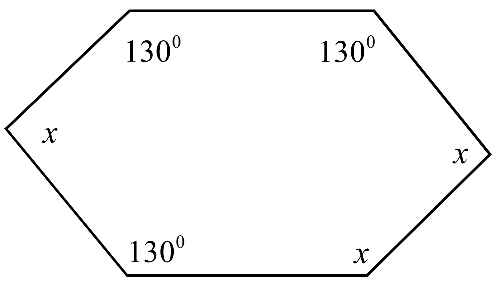
09. கீழே தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் ஆங்கில எழுத்துக்களால் குறிக்கப்பட்ட கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) 

(ii) 

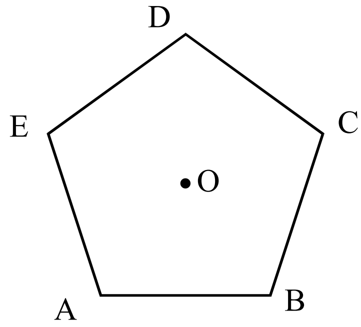
(iii) 

(iv) 

(v) 

10. அறுகோணி ஒன்றின் நான்கு கோணங்கள் முறையே $160^0, 95^0, 140^0, 125^0$ ஏனைய இரு கோணங்களும் சமன் எனின், அவற்றில் ஒரு கோணத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

11. கீழே தரப்பட்டுள்ள படிமுறைகளைப் பின்பற்றுவதன் மூலம் தரப்பட்டுள்ள ஐங்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.



(i) A, B, C, D, E என்பவற்றை புள்ளி O உடன் இணைக்க.

(ii) இப்போது உருவில் எத்தனை முக்கோணிகள் உருவாகும்.

(iii) எல்லா முக்கோணிகளினதும் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

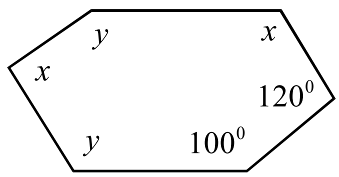
(iv) புள்ளி O வைச் சுற்றியுள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை யாது?

(v) மேலே (iii) இல் பெறப்பட்ட விடையிலிருந்து (iv) இல் பெறப்பட்ட விடையைக் கழிக்குக.

(vi) $(2n-4)$ செங்கோணங்கள் என்பதை பயன்படுத்தி ஐங்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

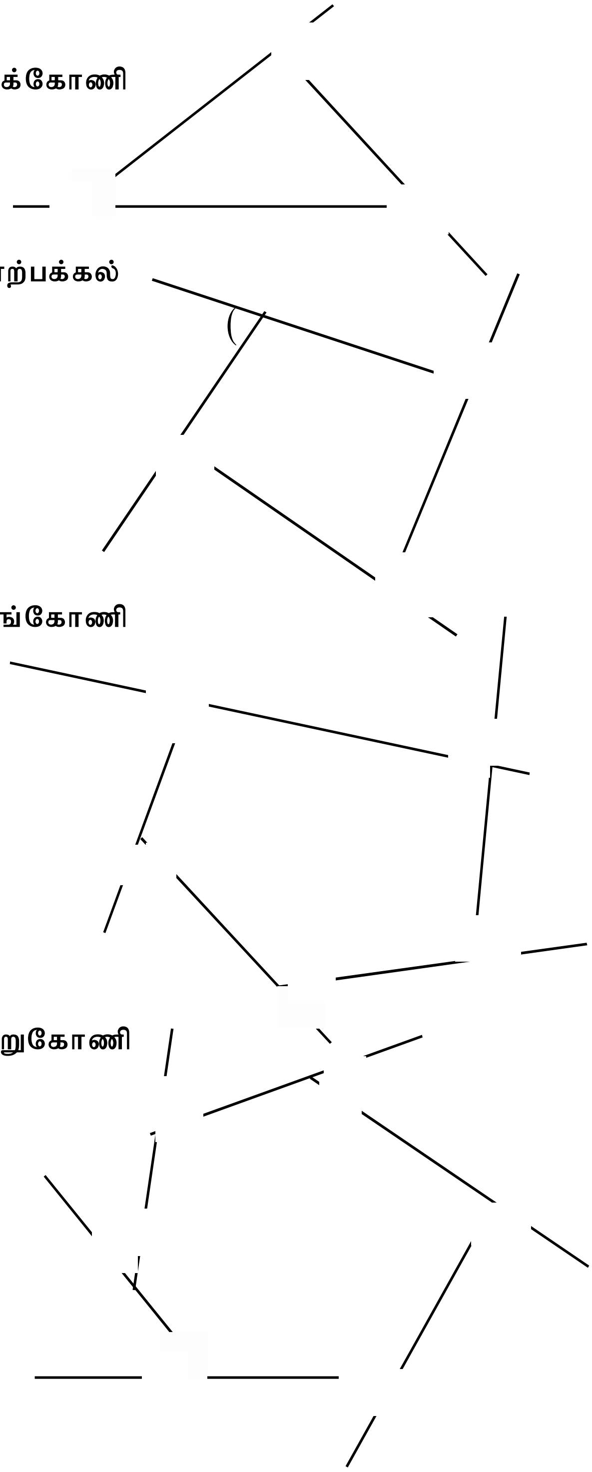
(vii) (v) இலும் (vi) இலும் பெறப்பட்ட விடைகள் இரண்டும் சமனா எனப் பார்க்க.

12. உருவில் $(x+y)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

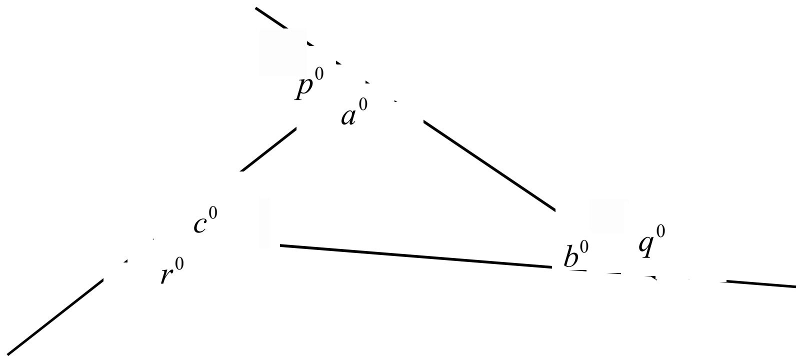


25.2 பல்கோணியொன்றின் புறக்கோணங்கள்

கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

பல்கோணி	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	புறக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை
முக்கோணி 		
நாற்பக்கல்		
ஐங்கோணி		
அறுகோணி		
எழுகோணி		
எண்கோணி		
நவகோணி		
தசகோணி		

மேலே தரப்பட்ட அட்டவணைக்கு ஏற்ப பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் புறக்கோணங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் இடையிலான தொடர்பை எழுதுக.



முக்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை = 2 செங்கோணங்கள்

$\therefore\ a^0 + b^0 + c^0 = 2$ செங் கோணங் கள்

நேர்கோட்டின் மீது அமையும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $= 180^0$

= 2 செங்கோணங்கள்

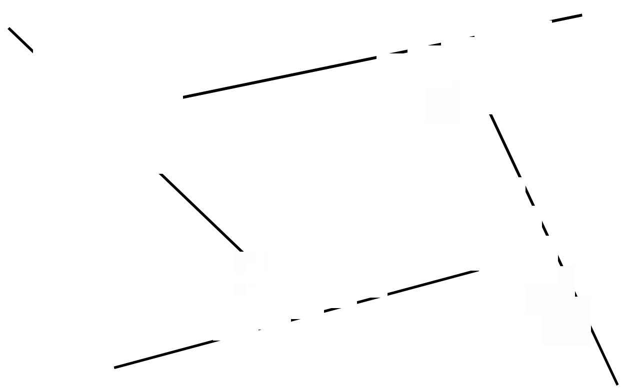
$\therefore\ \left(a^0 + p^0\right) + \left(b^0 + q^0\right) + \left(c^0 + r^0\right) = 6$ செங் கோணங் கள்

$\left(a^0 + b^0 + c^0\right) + \left(p^0 + q^0 + r^0\right) = 6$ செங் கோணங் கள்

2 செங் கோணங் கள் + $\left(p^0 + q^0 + r^0\right) = 6$ செங் கோணங் கள்

$p^0 + q^0 + r^0 = 6$ செங் கோணங் கள் $-$ 2 செங் கோணங் கள்

$= 4$ செங் கோணங் கள்



நாற்பக்கலின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $= (2 \times 4 - 4)$ செங்கோணங்கள்

$= 4$ செங்கோணங்கள்

நாற்பக்கலின் ஒரு உச்சியில் உள்ள அகக்
கோணத்தினதும் புறக்கோணத்தினதும் கூட்டுத்தொகை= 2 செங்கோணங்கள்

நாற்பக்கலின் நான்கு உச்சிகளிலும் உள்ள
அகக்கோணங்களினதும் புறக்கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை $= 4 \times 2$ செங்கோணங்கள்

$= 8$ செங்கோணங்கள்

$\therefore$ நாற்பக்கலின் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $= (8 - 4)$ செங்கோணங்கள்

$= 4$ செங்கோணங்கள்

ஐங்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $= (2 \times 5 - 4)$ செங்கோணங்கள்

$= 6$ செங்கோணங்கள்

ஐங்கோணியின் ஐந்து உச்சிகளிலும் உள்ள அகக்கோணங்களினதும் புறக்கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை $= (5 \times 2)$ செங்கோணங்கள்

$= 10$ செங்கோணங்கள்

$\therefore$ ஐங்கோணியின் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை$= (10 - 6)$ செங்கோணங்கள்

$= 4$ செங்கோணங்கள்

அறுகோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $= (2 \times 6 - 4)$ செங்கோணங்கள்

$= 8$ செங்கோணங்கள்

அறுகோணியின் ஐந்து உச்சிகளிலும் உள்ள அகக்கோணங்களினதும் புறக்கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை $= (6 \times 2)$ செங்கோணங்கள்

$= 12$ செங்கோணங்கள்

$\therefore$ அறுகோணியின் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை$= (12 - 8)$ செங்கோணங்கள்

$= 4$ செங்கோணங்கள்

n பக்கங்களைக் கொண்ட அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $= (2n - 4)$ செங்கோணங்கள்

இப் பல்கோணியின் உச்சிகளிலும் உள்ள அகக்கோணங்களினதும் புறக்கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை $= 2 \times n$ செங்கோணங்கள்

$= 2n$ செங்கோணங்கள்

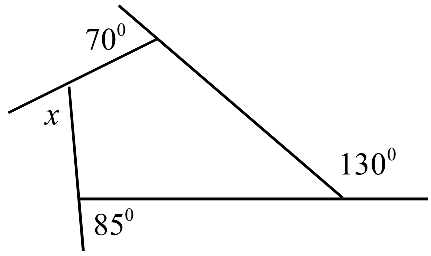
$\therefore$ இப் பல்கோணியின் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை $= 2n - (2n - 4)$ செங்கோணங்கள்

$= 2n - 2n + 4$ செங்கோணங்கள்

$= 4$ செங்கோணங்கள்

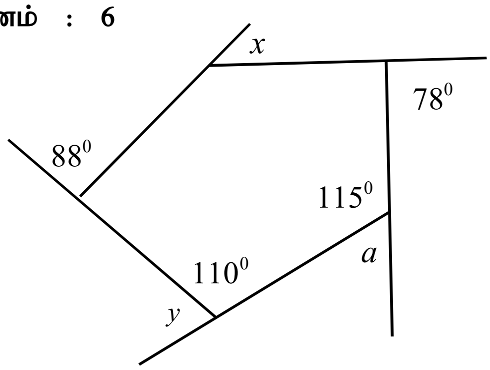
உதாரணம் : 5

கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவில் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



$$x + 70^0 + 85^0 + 130^0 = 360^0 \text{ (புறக் கோணங் களின் கூட் டுத் தொகை } 360^0\text{)}$$
$$x + 285^0 = 360^0$$
$$x + 285^0 - 285^0 = 360^0 - 285^0$$
$$x = 75^0$$

உதாரணம் : 6



உருவிலுள்ள கோணங்கள் x, y, a யின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$$y + 110^0 = 180^0 \left\{ \begin{array}{l} \text{நேர் கோடொன் றின் அடுத் துள் ள} \\ \text{கோணங் களின் கூட் டுத் தொகை } 180^0 \end{array} \right\}$$
$$y + 110^0 - 110^0 = 180^0 - 110^0$$
$$y = 70^0$$

$$a + 115^0 = 180^0 \left\{ \begin{array}{l} \text{நேர் கோடொன் றின் அடுத் துள் ள} \\ \text{கோணங் களின் கூட் டுத் தொகை } 180^0 \end{array} \right\}$$
$$a + 115^0 - 115^0 = 180^0 - 115^0$$
$$a = 65^0$$

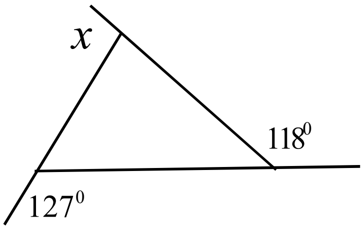
$$x + 78^0 + a + y + 88^0 = 360^0 \left\{\text{புறக் கோணங் களின் கூட் டுத் தொகை } 360^0\right\}$$
$$x + 78^0 + 65^0 + 70^0 + 88^0 = 360^0$$
$$x + 301^0 = 360^0$$
$$x = 360^0 - 301^0$$
$$x = 59^0$$

பயிற்சி 25.2

01. தரப்பட்டுள்ள பல்கோணிகளின் புறக்கோணங்களைக் கருத்திற்கொண்டு x பெறுமானத்தைக் காண்க.

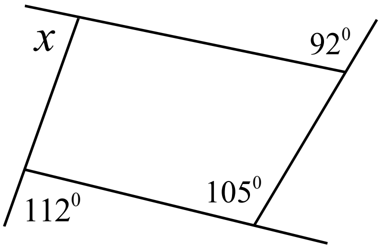
(45^0, 75^0, 51^0, 115^0, 117^0)

(i)



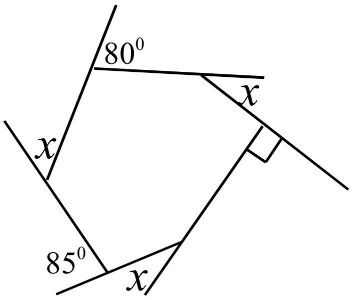
x = ...

(ii)



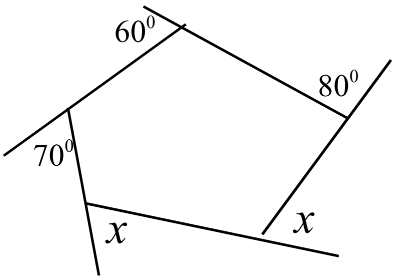
x = ...

(iii)



x = ...

(iv)

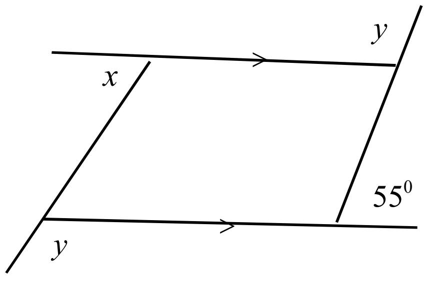


x = ...

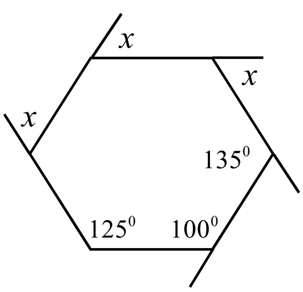
02. உருவில்

(i) y இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



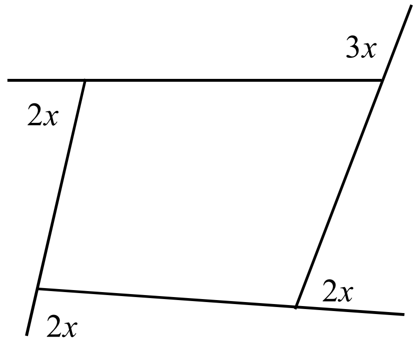
03. உருவில் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



04. (i) தரப்பட்ட உருவின் புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையை x இலான சமன்பாட்டில் காட்டுக.

(ii) சமன்பாட்டைப் தீர்ப்பதன் மூலம் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

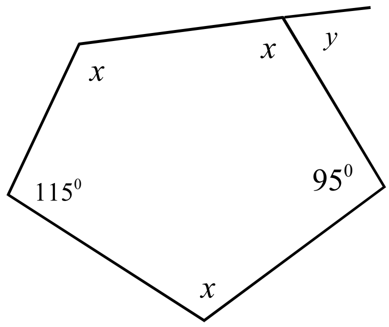
(iii) இதன் மூலம் ஒவ்வொரு புறக்கோணத்தினதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.



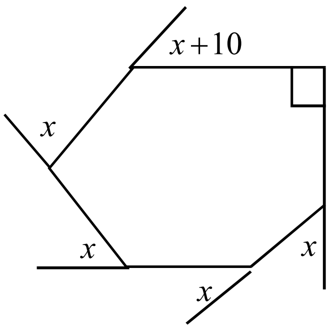
05. உருவில்

(i) x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

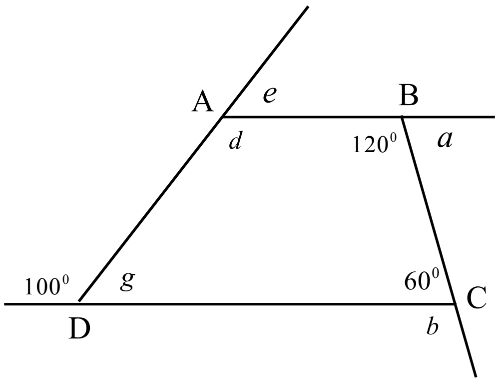
(ii) y இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



06.



உருவில் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



07. உரு ABCD ஒரு நாற்பக்கலாகும்.

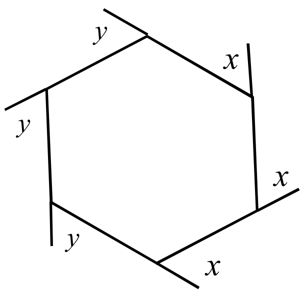
(i) g இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) d இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

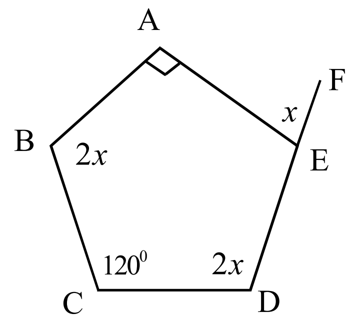
(iii) a, b, e இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(iv) AB யும் CD யும் சமாந்தரமாகுமா? காரணம் தருக.

08. உருவில் $(x+y)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



09. உருவிலுள்ள ஐங்கோணி ABCDE யில் பக்கம் DE ஆனது F வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. $A\hat{E}F = x$ ஆகும்.



(i) $A\hat{E}D$ யின் பெறுமானத்தை x சார்பில் தருக.

(ii) ஐங்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை யாது?

(iii) ஐங்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையை x இலான ஒரு சமன்பாட்டை அமைக்க.

(iv) $C\hat{D}E$ இன் பெறுமானம் யாது?

25.3 ஒழுங்கான பல்கோணிகள்

- பக்கங்கள் அனைத்தும் சமனாகவும், கோணங்கள் அனைத்தும் சமனாகவும் உள்ள பல்கோணி ஒழுங்கான பல்கோணி எனப்படும்.
- ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் எல்லா அகக்கோணங்களும் சமனாக இருப்பதனால் புறக்கோணங்கள் அனைத்தும் சமனாகும்.

உதாரணம் : 7

ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் புறக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் 45^0 எனின், பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

பல்கோணியின் புறக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை $= \dfrac{\text{புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{ஒரு புறக்கோணத்தின் பெறுமானம்}}$

$$= \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8$$

$\therefore$ பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 8 ஆகும்.

உதாரணம் : 8

ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் 108^0 எனின், பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

அகக்கோணமொன்றின் பெறுமானம் $= 108^0$

$\therefore$ புறக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் $= 180^0 - 108^0$
$= 72^0$

(அகக்கோணத்தையும் புறக்கோணத்தையும் கூட்ட வருவது 180^0)

பல்கோணியின் புறக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை $= \dfrac{\text{புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{ஒரு புறக்கோணத்தின் பெறுமானம்}}$

$$= \frac{360}{72} = 5$$

$\therefore$ பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 5 ஆகும்.

உதாரணம் : 9

8 பக்கங்களை உடைய ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் ஒரு அகக்கோணத்தின் பெறுமானம் யாது?

ஒரு புறக்கோணத்தின் பெறுமானம் $= \frac{360^0}{8} = 45^0$

$\therefore$ அகக்கோணமொன்றின் பெறுமானம் $= 180^0 - 45^0$ (அகக்கோணம் +புறக்கோணம் $= 180^0$)
$= 135^0$

பயிற்சி : 25.3

01. தரப்பட்ட கூற்றுக்களில் இடைவெளிகளை நிரப்புக.

(i) பக்கங்கள் அனைத்தும் .... உள்ளதும்...............................அனைத்தும் சமனாகவுள்ளதுமான பல்கோணி .... என அழைக்கப்படும்.

(ii) ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 10 எனின், ... ஒன்றின் பெறுமானம் $\frac{360°}{10°}$ ஆகும்.

(iii) ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணமொன்றின் பெறுமானம் தரப்படுமிடத்து, ... பெறுமானத்தைக் கண்டு .... எண்ணிக்கையைக் காணலாம்.

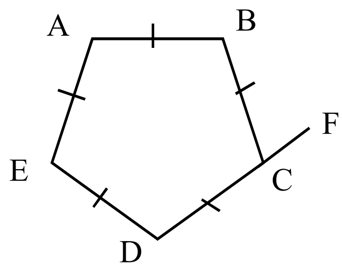
(iv) புறக்கோணம் 72^0 ஆகவுள்ள ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை .... ஆகும்.

(v) ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை தரப்படுமிடத்து, ... கோணத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்பதன் மூலம் .... கோணத்தின் பெறுமானத்தைக் காணலாம்.

02. தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் இடைவெளிகளை நிரப்புக.

ஒழுங்கான பல்கோணியின் பெயர்	பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	புறக்கோணங்களின் எண்ணிக்கை	புறக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை	ஒரு புறக்கோணத்தின் பெறுமானம்
சமபக்க முக்கோணி	3	3	360^0	$\frac{360^0}{3} = 120^0$
சதுரம்	....	4	....	$\frac{.........}{4} = ...$
ஒழுங்கான ஐங்கோணி	....	....	360^0	$\frac{.........}{......} = ...$
ஒழுங்கான அறுகோணி	....	....	....	$\frac{.........}{......} = ...$
n பக்கங்களையுடைய ஒழுங்கான பல்கோணி	....	n	....	$\frac{360^0}{......} = ...$

03. ABCDE ஓர் ஒழுங்கான ஐங்கோணியாகும்.



(i) $A\hat{E}D$ இன் பெறுமானம் யாது?

(ii) $B\hat{C}F$ இன் பெறுமானம் யாது?

04. ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் ஒரு அகக்கோணம், ஒரு புறக்கோணத்தின் இரு மடங்காகும். இடைவெளிகளை நிரப்புவதன் மூலம்,

(i) புறக் கோணம் ஒன்றின் பெறுமானத்தையும்,

(ii) அப்பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையையும் கசாண்க.

(i) புறக் கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் $= x$ எனின்

அகக் கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் = ...

$\therefore x + ... = 180^0$

$3x = ...$

$\therefore x = ...$

$\therefore$ புறக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் = ...

(ii) புறக்கோணங்கள் அனைத்தினதும் கூட்டுத்தொகை = ...

புறக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் = ...

$\therefore$ பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை $= \dfrac{360^0}{.......}$

$= ....$

05. ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் ஒரு அகக்கோணத்தின் பெறுமானம், புறக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானத்தின் நான்கு மடங்காகும். புறக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் x எனின்,

(a) அகக்கோணத்தின் பெறுமானத்தை x சார்பில் காண்க.

(b) x இல் சமன்பாடொன்றை அமைக்க.

(c) அச்சமன்பாட்டைத் தீர்த்து x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(d) அதன் மூலம் அகக்கோணத்தினதும் புறக்கோணத்தினதும் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(e) இப்பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

06. புறக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் 30^0 ஆகவுள்ள ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின்,

(i) பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

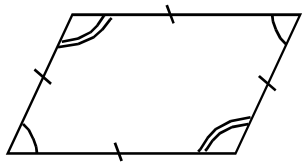
(ii) அகக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

07. 18 பக்கங்களைக் கொண்ட ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின்,

(i) புறக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) அகக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

08. தரப்பட்டுள்ள பல்கோணி ஒழுங்கான பல்கோணியா? இல்லையா? என்பதை காரணத்துடன் எழுதுக.



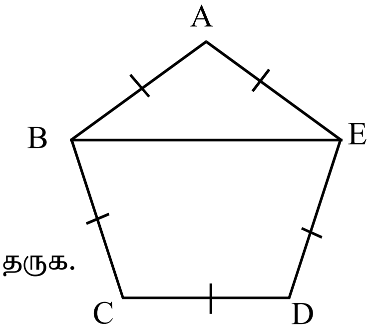
09. ABCDE என்பது ஒழுங்கான ஐங்கோணியாகும்.

(i) $B\hat{C}D$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) $A\hat{B}E$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iii) $C\hat{B}E$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(iv) BE யும் CD யும் சமாந்தரமானவையா? காரணம் தருக.



10. PQRSTU என்பது ஒழுங்கான அறுகோணியாகும்.

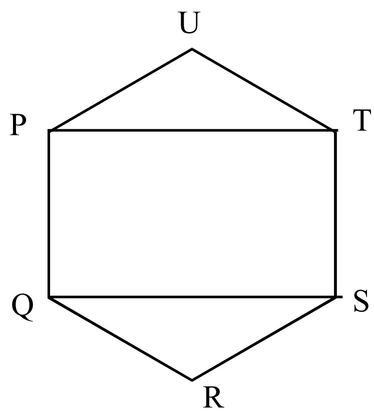
(i) $P\hat{U}T$ இன் பெறுமானம் யாது?

(ii) $U\hat{P}T$ இன் பெறுமானம் யாது?

(iii) இதில் இருசமபக்க முக்கோணி ஒன்றைப் பெயரிடுக.

(iv) $Q\hat{P}T$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(v) இதில் காணப்படும் நாற்பக்கல் PTSQ என்ன பெயரால் அழைக்கப்படும்

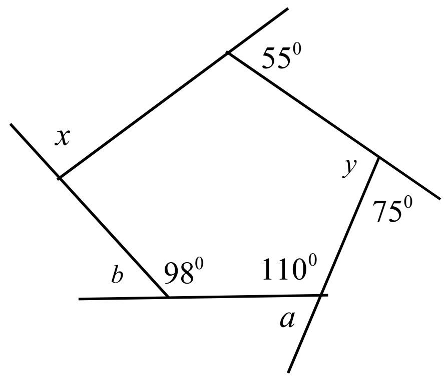


பிற்சோதனை

01. n பக்கங்களையுடைய பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை ($2n$ - 4) செங்கோணங்கள் என்பதைக் கொண்டு, 12 பக்கங்களைக் கொண்ட பல்கோணியின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைச் செங்கோணங்களில் காண்க.

02. 10 பக்கங்களையுடைய பல்கோணி ஒன்றின் அகக்கோணங்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

03 கீழே தரப்பட்டுள்ள பல்கோணியில் அட்சரகணித உறுப்புக்களால் தரப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



04. ஒழுங்கான பல்கோணியொன்றின் ஒரு புறக்கோணத்தின் பெறுமானம் 36^0 எனின்

(i) அகக் கோணம் ஒன்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க

05. ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் ஒரு அகக்கோணத்தின் பெறுமானம் 156^0 எனின்,

(i) இப்பல்கோணியின் புறக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(ii) பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

06. 12 பக்கங்களையுடைய ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் ஒரு அகக் கோணத்தின் பெறுமானத்தைக் கணிக்க.

07. ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் புறக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம், அகக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானத்தின் $\frac{1}{3}$ மடங்காகும்.

(i) பல்கோணியின் புறக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் யாது?

(ii) இப்பல்கோணியின் பக்கங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

08. ஒழுங்கான பல்கோணியொன்றின் ஒரு புறக்கோணத்திற்கும், ஒரு அகக்கோணத்திற்கும் இடையிலுள்ள விகிதம் 2 : 3 ஆகும்.

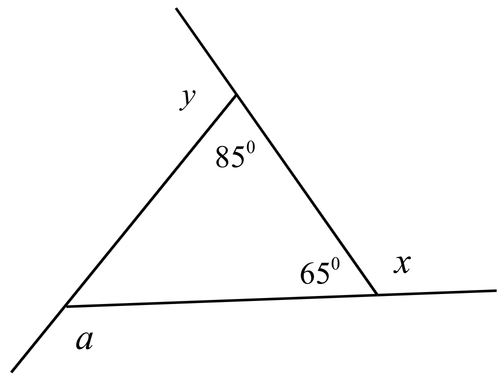
(i) புறக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் யாது?

(ii) அகக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானம் யாது?

(iii) பக்கங்களின் எண்ணிக்கை யாது?

(iv) அப்பல்கோணிக்கான விசேட பெயர் யாது?

09. உருவிலுள்ள $x,\ y,\ a$ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.



10. (i) ஒழுங்கான பல்கோணி ஒன்றின் புறக்கோணம் ஒன்றின் பெறுமானமாக இருக்கக்கூடிய அதிகூடிய பெறுமானம் யாது?

(ii) அப்பல்கோணியின் விசேட பெயர் யாது?

26. அட்சரகணிதப் பின்னங்கள்

விடய உள்ளடக்கம்

- **அட்சரகணிதப் பின்னங்களை அறிந்து கொள்ளல்**
- **முழுவெண்களைப் பகுதி எண்களாகக் கொண்ட அட்சரகணிதப் பின்னங்களைக் கூட்டல், கழித்தல் (சமனான பகுதி எண்கள், சமனற்ற பகுதி எண்கள்)**
- **அட்சரகணித உறுப்புக்களை, அட்சரகணிதக் கோவைகளைப் பகுதி எண்களைக் கொண்ட அட்சரகணிதப் பின்னங்களில் கூட்டல், கழித்தல் (சம பகுதி எண்கள்)**

26.1 பகுதி எண்கள் சமனாகவுள்ள பின்னங்களைக் கூட்டல் கழித்தல் மற்றும் அட்சரகணிதப் பின்னங்களைச் சுருக்குதல்

* பகுதி எண்கள் சமனாகவுள்ள பின்னங்களைக் கூட்டும்போது அல்லது கழிக்கும்போது பகுதி எண் அவ்வாறே இருக்கும் போது தொகுதி எண்களை மட்டும் உரிய கணிதச் செய்கைகளுக்குட்படும்.
* அட்சரகணிதக் கோவைகளைச் சுருக்கும் போது ஒத்த உறுப்புக்களைக் கூட்டவேண்டும், கழிக்க வேண்டும்

உதாரணம் : 1

$$\frac{2}{9}+\frac{3}{9}$$
$$=\frac{2+3}{9}$$
$$=\frac{5}{9}$$

உதாரணம் : 2

$$\frac{5}{8}-\frac{4}{8}$$
$$=\frac{5-4}{8}$$
$$=\frac{1}{8}$$

உதாரணம் : 3

$$4a+3a$$
$$=7a$$

உதாரணம் : 4

$$5x-2x$$
$$=3x$$

உதாரணம் : 5

$$2x+y+5x+3y$$
$$=2x+5x+y+3y$$
$$=7x+4y$$

உதாரணம் : 6

$$3p-2q+7p+5q+3$$
$$=3p+7p+5q-2q+3$$
$$=10p+3q+3$$

பயிற்சி 26.1

01. சுருக்குக.

(i) $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}$

(ii) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$

(iii) $\frac{5}{8}+\frac{3}{8}$

(iv) $\frac{5}{6}-\frac{1}{6}$

(v) $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$

(vi) $\frac{3}{10}+\frac{3}{10}-\frac{1}{10}$

02. பெறுமானம் காண்க. (விடையை அடைப்பினுள் இருந்து தெரிக)

(i) $3p+8p=$.................... $(11p^2\ /\ 11p)$

(ii) $8d+7d+5d=$.................... $(20\ /\ 20d\ /\ 20d^2)$

(iii) $15r+5r+11r=$.................... $(31\ /\ 31r\ /\ 31r^2)$

(iv) $8g-3g=$.................... $(5\ /\ 5g)$

(v) $24d+3d-7d=$.................... $(14\ /\ 20\ /\ 14d\ /\ 20d)$

03. சுருக்குக.

(i) $4c+5c+7c+8c$

(ii) $9p+3c+8p+2c$

(iii) $5t+3s+8t-8s$

(iv) $7w+8+4w-1$

(v) $8p+19-3p+5$

(vi) $4s+7t-2s+3t$

(vii) $3k+7b+2k-5b-k$

(viii) $4a+7b+8a+3b-2a+7b$

(ix) $11a+9b+8c-a-3b+7c$

(x) $a+16-4b+9a+2b-6$

26.2 அட்சரகணிதப் பின்னங்களை அறிந்து கொள்ளல்

பகுதி எண்ணில் அல்லது தொகுதி எண்ணில் அல்லது இரண்டிலும் அட்சரகணித உறுப்பு அல்லது அட்சர கணிதக் கோவை காணப்படும் பின்னம் அட்சரகணிதப் பின்னமாகும்.

உதாரணம் : 7

கீழ்வரும் அட்சரகணிதப் பின்னங்கள் எவ்வகையான அட்சரகணிதப் பின்னங்கள் எனக் குறிப்பிடுக.

$\frac{x}{5}=$ தொகுதி எண் அட்சரகணித உறுப்புடனான அட்சரகணிதப் பின்னம்.

$\frac{3}{x}=$ பகுதி எண் அட்சரகணித உறுப்புடனான அட்சரகணிதப் பின்னம்.

$\frac{5}{x+2}=$ பகுதி எண் அட்சரகணித கோவையுடனான அட்சரகணிதப் பின்னம்.

$\frac{x+2}{5}=$ தொகுதி எண் அட்சரகணித கோவையுடனான அட்சரகணிதப் பின்னம்.

$\frac{x}{y}=$ பகுதி எண், தொகுதி எண் இரண்டிலும் அட்சரகணித உறுப்பைக் கொண்ட அட்சரகணிதப் பின்னம்.

$\frac{x+1}{x+y}$ = பகுதி எண் தொகுதி எண் இரண்டிலும் அட்சரகணிதக் கோவையைக் கொண்ட அட்சரகணிதப் பின்னம்.

$\frac{x-y}{b}$ = பகுதி எண் அட்சரகணித உறுப்பையும், தொகுதி எண் அட்சரகணிதக் கோவையையும் கொண்ட அட்சரகணிதப் பின்னம்.

பயிற்சி 26.2

01. அட்சரகணிதப் பின்னங்கள் தொடர்பான அறிவைக் கொண்டு பின்வரும் அட்டவணையை நிரப்புக.

	அட்சரகணிதப் பின்னம்	பகுதி எண்	தொகுதி எண்
(i)	$\frac{x}{7}$	எண் பெறுமானம்	அட்சரகணித உறுப்பு
(ii)	$\frac{2}{x}$		
(iii)	$\frac{a}{b}$		
(iv)	$\frac{p+2}{5}$		
(v)	$\frac{3}{2x+y}$	அட்சரகணிதக் கோவை	
(vi)	$\frac{2a+b}{3x+y}$		
(vii)	$\frac{p}{x+y}$		அட்சரகணித உறுப்பு
(viii)	$\frac{x-y}{p}$		

(02), (03) ஆம் வினாக்களுக்கான சரியான விடையின் கீழ் கோடிடுக.

02. பின்வரும் பின்னங்களின் அட்சரகணிதப் பின்னம் அல்லாத பின்னம்

(i) $\frac{a}{8}$ (ii) $\frac{a+1}{5}$ (iii) $\frac{5}{8}$ (iv) $\frac{a}{a+1}$

03. பகுதி எண்ணிலும் தொகுதி எண்ணிலும் அட்சரகணித உறுப்பு அல்லது அட்சர கணிதக் கோவையுடனான அட்சரகணிதப் பின்னங்கள் 3 எழுதுமாறு ஆசிரியை ரமணியிடம் கூறினார். அவளது விடைகள் வருமாறு.

A - $\dfrac{a}{a+2}$ B - $\dfrac{5}{2a+1}$ C - $\dfrac{x+y}{2x-y}$

மிகச்சரியான விடையானது.

(i) A, B, C மூன்றும் சரி (ii) A யும் B யும் சரி C பிழை

(iii) A யும் C யும் சரி B பிழை (iv) B யும் C யும் சரி A பிழை

04. தரப்பட்டுள்ள அறிவுறுத்தல்களுக்கிணங்க இடைவெளிகளை நிரப்புக.

பகுதி எண் மட்டும் அட்சரகணிதக் கோவையைக் கொண்ட அட்சரகணிதப் பின்னம்	
தொகுதி எண் அட்சரகணிதக் கோவையைக் கொண்ட அட்சரகணிதப் பின்னம்	
தொகுதி எண், பகுதி எண் இரண்டிலும் அட்சரகணிதக் கோவையைக் கொண்ட அட்சரகணிதப் பின்னம்	
பகுதி எண்ணில் அட்சர கணிதக் கோவையும் தொகுதி எண்ணில் அட்சர கணித உறுப்பும் கொண்ட அட்சரகணிதப் பின்னம்	

26.3 பகுதி எண்கள் சமனான முழு எண்களாகவும், தொகுதி எண்கள் அட்சரகணித உறுப்பாகவும் உள்ள பின்னங்களைக் கூட்டல், கழித்தல்

உதாரணம் : 1

$$\frac{a}{7}+\frac{2a}{7}+\frac{3a}{7}$$
$$=\frac{a}{7}+\frac{2a}{7}+\frac{3a}{7}$$
$$=\frac{a+2a+3a}{7}$$
$$=\frac{6a}{7}$$

உதாரணம் : 2

$$\frac{4x}{5}-\frac{x}{5}$$
$$=\frac{4x}{5}-\frac{x}{5}$$
$$=\frac{4x-x}{5}$$
$$=\frac{3x}{5}$$

உதாரணம் : 3

$$\frac{3y}{8}+\frac{7y}{8}-\frac{6y}{8}$$
$$=\frac{3y}{8}+\frac{7y}{8}-\frac{6y}{8}$$
$$=\frac{3y+7y-6y}{8}$$
$$=\frac{4y}{8}$$
$$=\frac{y}{2}$$

பயிற்சி 26.3.1

01. $\frac{x}{5}+\frac{3x}{5}$ என்பதன் சரியான விடையைக் காட்டுவது.

(i) $\frac{4x}{10}$ (ii) $\frac{4x}{5}$ (iii) $\frac{2x}{5}$ (iv) $\frac{10}{4x}$

02. $\frac{3a}{4}+\frac{a}{4}$ என்பதன் சரியான விடையைச் சுருக்கி எளிய வடிவில் காட்டுவது.

(i) $\frac{4a}{8}$ (ii) $\frac{4a}{4}$ (iii) a (iv) $\frac{8}{4a}$

03. $\frac{2x}{9}-\frac{x}{9}$ விடையாக வருவது.

(i) x (ii) $\frac{3x}{9}$ (iii) $\frac{x}{9}$ (iv) $\frac{x}{18}$

04. $\frac{9p}{14}-\frac{p}{14}+\frac{3p}{14}$ இன் பெறுமானம்.

(i) $\frac{13p}{14}$ (ii) $\frac{11p}{42}$ (iii) $\frac{11p}{14}$ (iv) $\frac{14}{11p}$

05. சரியான விடையை இணைக்க.

$\boxed{\frac{3x}{11}+\frac{5x}{11}}$	$\boxed{\frac{8x}{11}}$
$\boxed{\frac{5x}{11}-\frac{x}{11}}$	$\boxed{\frac{3x}{11}}$
$\boxed{\frac{6x}{11}+\frac{2x}{11}}$	$\boxed{\frac{8x}{11}}$
$\boxed{\frac{8x}{11}-\frac{5x}{11}}$	$\boxed{\frac{4x}{11}}$

06. சுருக்குக.

(i) $\frac{3a}{19}+\frac{5a}{19}$

(ii) $\frac{7x}{10}-\frac{4x}{10}$

(iii) $\frac{x}{7}+\frac{5x}{7}-\frac{4x}{7}$

(iv) $\frac{7a}{9}+\frac{4a}{9}-\frac{3a}{9}$

07. சுருக்கி விடையை எளிய வடிவில் தருக.

(i) $\frac{2p}{3}+\frac{4p}{3}$

(ii) $\frac{5x}{8}-\frac{3x}{8}$

(iii) $\frac{4x}{5}+\frac{4x}{5}+\frac{2x}{5}$

(iv) $\frac{5x}{6}+\frac{4x}{6}+\frac{3x}{6}$

பயிற்சி 26.3.2

01. சுருக்குக.

(i) $\dfrac{a}{7}+\dfrac{3a+1}{7}$

$=\dfrac{a+3a+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots}{7}$

$=\dfrac{4a+\ldots\ldots\ldots\ldots}{7}$

(ii) $\dfrac{4c+1}{5}-\dfrac{c}{5}$

$=\dfrac{4c+1-\ldots\ldots\ldots\ldots}{5}$

$=\dfrac{\ldots\ldots.c+1}{5}$

(iii) $\dfrac{3y}{8}-\dfrac{y-1}{8}$

$=\dfrac{\ldots\ldots\ldots\ldots-(\mathrm{y}-1)}{8}$

$=\dfrac{\ldots\ldots.-\mathrm{y}+1}{8}$

$=\dfrac{\ldots\ldots\ldots+1}{8}$

(iv) $\dfrac{2x+1}{5}-\dfrac{x+3}{5}$

$=\dfrac{2x+1-(x+3)}{5}$

$=\dfrac{2x+1-x-3}{8}$

$=\dfrac{x-\ldots\ldots\ldots\ldots}{5}$

02. சுருக்குக. (தரப்பட்ட விடைகளில் இருந்து சரியான விடையைத் தெரிவு செய்க.)

(i) $\dfrac{5m+1}{3}+\dfrac{2m+1}{3}$

(a) $\dfrac{7m+1}{3}$ (b) $\dfrac{7m+2}{3}$

(ii) $\dfrac{5m+3}{7}-\dfrac{2m+1}{7}$

(a) $\dfrac{3m+2}{7}$ (b) $\dfrac{3m+4}{7}$

(iii) $\dfrac{10n-1}{7}+\dfrac{3n-2}{7}$

(a) $\dfrac{13n+3}{7}$ (b) $\dfrac{13n-3}{7}$

(iv) $\dfrac{5y}{12}-\dfrac{y+3}{12}$

(a) $\dfrac{4y+3}{12}$ (b) $\dfrac{4y-3}{12}$

(v) $\dfrac{6y-5}{13}-\dfrac{2y}{13}$

(a) $\dfrac{4y-5}{13}$ (b) $\dfrac{6y-3y}{13}$

03. சுருக்குக.

(i) $\frac{2x}{11}+\frac{3x+7}{11}$

(ii) $\frac{4x+3}{7}+\frac{x-2}{7}$

(iii) $\frac{3x-2}{6}+\frac{x-1}{6}$

(iv) $\frac{4x}{15}-\frac{2x+1}{15}$

(v) $\frac{12y}{17}-\frac{4y-3}{17}$

(vi) $\frac{15t}{13}-\frac{10-2t}{13}$

(vii) $\frac{4m+n}{25}+\frac{m+n}{25}$

(viii) $\frac{2x+3y}{5}-\frac{x+3y}{5}$

(ix) $\frac{4a-5b}{10}-\frac{2a-3b}{10}$

26.5 பகுதி வேறான எண்களைக் கொண்ட அட்சரகணிதப் பின்னங்களைச் சுருக்குதல்

உதாரணம் 1

(i) $\frac{a}{2}+\frac{5a}{6}$

$=\frac{a\times 3}{2\times 3}+\frac{5a}{6}$

$=\frac{3a}{6}+\frac{5a}{6}$

$=\frac{8a}{6}$

$=\frac{4a}{3}$

உதாரணம் 2

(ii) $\frac{m}{2}+\frac{2m-1}{3}$

$=\frac{m\times 3}{2\times 3}+\frac{(2m-1)\times 2}{3\times 2}$

$=\frac{3m}{6}+\frac{2(2\text{m}-1)}{6}$

$=\frac{3m+4m-2}{6}$

$=\frac{7m-2}{3}$

உதாரணம் 3

(iii) $\frac{3x+2}{4}-\frac{2x-1}{5}$

$=\frac{(3x+2)\times 5}{4\times 5}-\frac{(2x-1)\times 4}{5\times 4}$

$=\frac{5(3x+2)}{20}-\frac{4(2x-1)}{20}$

$=\frac{15x+10-8x+4}{20}$

$=\frac{7x+14}{20}$

$=\frac{7(x+2)}{20}$

பயிற்சி 26.5

01. (i) $\dfrac{2m}{3}-\dfrac{m}{12}$

$=\dfrac{2m\times ....}{3\times 4}-\dfrac{m}{12}$

$=\dfrac{........}{12}-\dfrac{m}{12}$

$=\dfrac{..........}{12}$

(ii) $\dfrac{3n}{10}+\dfrac{2n}{5}$

$=\dfrac{3n}{10}+\dfrac{2n\times ....}{5\times ....}$

$=\dfrac{3n}{10}+\dfrac{4n}{........}$

$=\dfrac{3n+4n}{10}$

$=\dfrac{7n}{..........}$

(iii) $\dfrac{5x+3}{3}-\dfrac{2x}{9}$

$=\dfrac{.........\times(5x+3)}{3\times 3}-\dfrac{2x}{9}$

$=\dfrac{........+9}{9}-\dfrac{2x}{9}$

$=\dfrac{........+9}{9}$

02. சுருக்கிப் பெறப்படும் விடையைத் தெரிவு செய்க.

$\dfrac{5a}{12}+\dfrac{a}{2}$

(a) $\dfrac{6a}{12}$ (b) $\dfrac{6a}{2}$ (c) $\dfrac{6a}{14}$ (d) $\dfrac{11a}{12}$

26.4 பகுதி எண் அட்சரகணித உறுப்பாகவுள்ள அட்சரகணிதப் பின்னங்களைக் கூட்டுவதும் கழிப்பதும்

அட்சரகணிதப் பின்னங்களைக் கூட்டும்போது அல்லது கழிக்கும்போது பகுதி எண் மாறாதிருக்க தொகுதி எண் சுருக்கப்படும்.

தொகுதி எண் அட்சரகணித உறுப்பாகவுள்ள அட்சரகணிதப் பின்னங்களைக் கூட்டலும், கழித்தலும்.

26.4 பகுதியில் அட்சரகணித உறுப்பைக் கொண்டு அட்சரகணிதப் பின்னங்களைக் கூட்டலும் கழித்தலும்

உதாரணம் : 11

$\dfrac{5}{x}+\dfrac{4}{x}$

$=\dfrac{5}{x}+\dfrac{4}{x}$

$=\dfrac{5+4}{x}$

$=\dfrac{9}{x}$

உதாரணம் : 12

$\dfrac{5}{x}-\dfrac{4}{x}$

$=\dfrac{5}{x}-\dfrac{4}{x}$

$=\dfrac{5-4}{x}$

$=\dfrac{1}{x}$

உதாரணம் : 13

$$\frac{2}{5y}+\frac{3}{5y}-\frac{1}{5y}$$
$$=\frac{2}{5y}+\frac{3}{5y}-\frac{1}{5y}$$
$$=\frac{2+3-1}{5y}$$
$$=\frac{4}{5y}$$

உதாரணம் : 14

$$\frac{5}{6x}+\frac{5}{6x}-\frac{4}{6x}$$
$$=\frac{5}{6x}+\frac{5}{6x}-\frac{4}{6x}$$
$$=\frac{5+5-4}{6x}$$
$$=\frac{6}{6x}$$
$$=\frac{1}{x}$$

உதாரணம் : 15

$$\frac{7}{5p}+\frac{4}{5p}-\frac{1}{5p}$$
$$=\frac{7}{5p}+\frac{4}{5p}-\frac{1}{5p}$$
$$=\frac{7+4-1}{5p}$$
$$=\frac{10}{5p}$$
$$=\frac{2}{p}$$

பயிற்சி 26.4

01. $\frac{5}{x}+\frac{5}{x}$ இன் விடையாக வருவது.

(i) $\frac{10}{2x}$ (ii) $\frac{10}{x}$ (iii) $\frac{x}{10}$ (iv) $\frac{2x}{10}$

02. $\frac{5}{a}-\frac{1}{a}$ இன் விடையாக வருவது.

(i) $\frac{4a}{a}$ (ii) $\frac{4}{2a}$ (iii) $\frac{4}{a}$ (iv) $\frac{a}{4}$

03. $\frac{6}{k}-\frac{1}{k}-\frac{3}{k}$ இன் பெறுமானமாக அமைவது.

(i) $\frac{2}{3k}$ (ii) $\frac{2}{k}$ (iii) $\frac{4}{k}$ (iv) $\frac{k}{2}$

04. சரியான விடையை இணைக்குக.

(i)	$\boxed{\frac{3}{8x}+\frac{5}{8x}-\frac{1}{8x}}$	$\boxed{\frac{15}{8x}}$
(ii)	$\boxed{\frac{1}{8x}+\frac{1}{8x}-\frac{2}{8x}}$	$\boxed{\frac{7}{8x}}$
(iii)	$\boxed{\frac{5}{8x}+\frac{4}{8x}-\frac{1}{8x}}$	$\boxed{0}$
(iv)	$\boxed{\frac{9}{8x}-\frac{5}{8x}+\frac{11}{8x}}$	$\boxed{\frac{1}{x}}$

05. சுருக்குக.

(i) $\frac{2}{5e}+\frac{1}{5e}$ (ii) $\frac{9}{x}-\frac{2}{x}$

(iii) $\frac{2}{8a}+\frac{3}{8a}+\frac{2}{8a}$ (iv) $\frac{9}{16k}-\frac{3}{16k}+\frac{1}{16k}$

06. சுருக்கி விடையை எளிய வடிவில் தருக.

(i) $\frac{2}{9a}+\frac{1}{9a}$ (ii) $\frac{7}{9a}+\frac{1}{9a}$

(iii) $\frac{4}{7x}+\frac{4}{7x}+\frac{6}{7x}$ (iv) $\frac{20}{25p}+\frac{10}{25p}-\frac{5}{25p}$

07. இடைவெளி நிரப்புக.

(i) $\frac{3x}{8}+\frac{\square}{\square}=\frac{5x}{8}$ (ii) $\frac{x}{x+1}+\frac{\square}{x+1}=\frac{2x+1}{\square}$

(iii) $\frac{p+q}{a}-\frac{\square}{\square}=\frac{2q}{a}$ (iv) $\frac{\square}{12x}-\frac{\square}{\square}=\frac{3}{12x}$

(v) $\frac{\square}{8a}-\frac{\square}{\square}=\frac{5}{8a}$

26.5 பகுதி எண் அட்சரகணிதக் கோவைகளுடனான அட்சரகணிதப் பின்னங்கள்.

உதாரணம் : 16

$$\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x+1}$$
$$=\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x+1}$$
$$=\frac{1+2}{x+1}$$
$$=\frac{3}{x+1}$$

உதாரணம் : 17

$$\frac{5}{2a+b}-\frac{3}{2a+b}$$
$$=\frac{5}{2a+b}-\frac{3}{2a+b}$$
$$=\frac{5-3}{2a+b}$$
$$=\frac{2}{2a+b}$$

உதாரணம் : 18

$$\frac{3}{p+q}+\frac{4}{p+q}-\frac{2}{p+q}$$
$$=\frac{3}{p+q}+\frac{4}{p+q}-\frac{2}{p+q}$$
$$=\frac{3+4-2}{p+q}$$
$$=\frac{5}{p+q}$$

பயிற்சி 26.5

01. $\frac{5}{x+1}+\frac{7}{x+1}$ இன் விடையாக அமைவது.

(i) $\frac{12}{2x+2}$ (ii) $\frac{12}{x+1}$ (iii) $\frac{2x+2}{12}$ (iv) $\frac{x+1}{12}$

02. $\frac{8}{2p-q}-\frac{5}{2p-q}$ இன் விடையாக அமைவது.

(i) $\frac{3}{2p-q}$ (ii) $\frac{13}{2p-q}$ (iii) $\frac{3}{4p-2q}$ (iv) $\frac{2p-q}{3}$

03. சரியான விடையை இணைக்க.

$\boxed{\dfrac{2}{a+3}+\dfrac{3}{a+3}}$ $\qquad\qquad$ $\dfrac{7}{x+5}$

$\boxed{\dfrac{7}{x+5}-\dfrac{2}{x+5}}$ $\qquad\qquad$ $\dfrac{1}{a+3}$

$\boxed{\dfrac{3}{x+5}+\dfrac{5}{x+5}-\dfrac{1}{x+5}}$ $\qquad\qquad$ $\dfrac{5}{a+3}$

$\boxed{\dfrac{9}{a+3}-\dfrac{6}{a+3}-\dfrac{2}{a+3}}$ $\qquad\qquad$ $\dfrac{5}{x+5}$

04. சுருக்குக.

(i) $\dfrac{5}{p+q}+\dfrac{2}{p+q}$ (ii) $\dfrac{5}{p+q}-\dfrac{3}{p+q}$

(iii) $\dfrac{7}{a-b}-\dfrac{1}{a-b}$ (iv) $\dfrac{8}{2y+1}-\dfrac{3}{2y+1}-\dfrac{2}{2y+1}$

(v) $\dfrac{6}{y+1}-\dfrac{5}{y+1}-\dfrac{1}{y+1}$

23.6 தொகுதி எண் அட்சரகணிதக் கோவையைக் கொண்ட அட்சரகணிதப் பின்னங்கள்

உதாரணம் : 19

$$\frac{x+5}{4}+\frac{x+4}{4}$$
$$=\frac{x+5}{4}+\frac{x+4}{4}$$
$$=\frac{x+5+x+4}{4}$$
$$=\frac{2x+9}{4}$$

உதாரணம் : 20

$$\frac{x+5}{5}+\frac{x-1}{5}$$
$$=\frac{x+5}{5}+\frac{x-1}{5}$$
$$=\frac{x+5+x-1}{5}$$
$$=\frac{2x+4}{5}$$

உதாரணம் : 21

$$\frac{2a+b}{7}-\frac{a-b}{7}$$
$$=\frac{2a+b}{7}-\frac{a-b}{7}$$
$$=\frac{2a+b-(a-b)}{7}$$
$$=\frac{a+2b}{7}$$

பயிற்சி 26.6

01. $\frac{b+4}{3}+\frac{b+3}{3}$ இன் விடையாக வருவது.

(i) $\frac{2b+7}{3}$ (ii) $\frac{2b+7}{6}$ (iii) $\frac{3}{2b+7}$ (iv) $\frac{6}{2b+7}$

02. $\frac{x+1}{11}+\frac{x+1}{11}$ இன் விடையாக வருவது.

(i) 0 (ii) $\frac{2x}{11}$ (iii) $\frac{2x+2}{11}$ (iv) $\frac{11}{2x}$

03. $\frac{2p-q}{7}-\frac{p-q}{7}$ இன் விடையாக வருவது.

(i) $\frac{4p-2q}{7}$ (ii) $\frac{p}{7}$ (iii) $\frac{3p-2q}{7}$ (iv) $\frac{7}{p}$

04. சரியான விடையை இணைக்க.

(i)	$\boxed{\frac{a+3}{5}+\frac{a+7}{5}}$	$\boxed{\frac{2a+6}{5}}$
(ii)	$\boxed{\frac{a-2}{5}+\frac{a+1}{5}}$	$\boxed{\frac{2a-1}{5}}$
(iii)	$\boxed{\frac{3a+5}{5}-\frac{a-1}{5}}$	$\boxed{\frac{2a+10}{5}}$
(iv)	$\boxed{\frac{7a+3}{5}-\frac{7a-3}{5}}$	$\boxed{\frac{6}{5}}$

05. சுருக்குக.

(i) $\frac{a+5}{7}+\frac{a+3}{7}$

(ii) $\frac{a-5}{3}+\frac{a+5}{3}$

(iii) $\frac{2a+7}{3}-\frac{a-5}{3}$

(iv) $\frac{5x+7}{8}-\frac{x+7}{8}$

(v) $\frac{8e+3}{8}+\frac{5e+2}{8}-\frac{2e-2}{8}$

26.7 பகுதி எண், தொகுதி எண் இரண்டிலும் அட்சரகணித உறுப்பு அல்லது அட்சரகணிதக் கோவைகளைக் கொண்டு அட்சரகணிதப் பின்னங்களைக் கூட்டலும் கழித்தலும்.

உதாரணம் : 22

$$\frac{a}{x}+\frac{2a}{x}$$
$$=\frac{a}{x}+\frac{2a}{x}$$
$$=\frac{a+2a}{x}$$
$$=\frac{3a}{x}$$

உதாரணம் : 23

$$\frac{2y}{x}-\frac{y}{x}$$
$$=\frac{2y}{x}-\frac{y}{x}$$
$$=\frac{2y-y}{x}$$
$$=\frac{y}{x}$$

உதாரணம் : 24

$$\frac{p}{x}+\frac{q}{x}$$
$$=\frac{p}{x}+\frac{q}{x}$$
$$=\frac{p+q}{x}$$

உதாரணம் : 25

$$\frac{2a}{x+1}+\frac{5a}{x+1}$$
$$=\frac{2a}{x+1}+\frac{5a}{x+1}$$
$$=\frac{2a+5a}{x+1}$$
$$=\frac{7a}{x+1}$$

உதாரணம் : 26

$$\frac{3a+b}{x}-\frac{(a+b)}{x}$$
$$=\frac{3a+b}{x}-\frac{(a+b)}{x}$$
$$=\frac{3a+b-(a+b)}{x}$$
$$=\frac{3a+b-a-b}{x}$$
$$=\frac{2a}{x}$$

உதாரணம் : 27

$$\frac{x}{x+1}+\frac{x+2}{x+1}$$
$$=\frac{x}{x+1}+\frac{x+2}{x+1}$$
$$=\frac{x+x+2}{x+1}$$
$$=\frac{2x+2}{x+1}$$
$$=\frac{2(x+1)}{x+1}$$
$$=2$$

உதாரணம் : 28

$$\frac{2x-3}{x-2}-\frac{x-4}{x-2}$$
$$=\frac{2x-3}{x-2}-\frac{x-4}{x-2}$$
$$=\frac{2x-3-(x-4)}{x-2}$$
$$=\frac{2x-3-x+4}{x-2}$$
$$=\frac{x+1}{x-2}$$

பயிற்சி : 26.7

01. $\frac{p}{a}+\frac{2p}{a}$ அட்சரகணிதப் பின்னத்தைச் சுருக்கும்போது கிடைக்கும் விடை.

(i) $\frac{3p}{2a}$ (ii) $\frac{3p}{a}$ (iii) $\frac{2a}{3p}$ (iv) $\frac{a}{3p}$

02. $\frac{8x}{5a}-\frac{3x}{5a}$ சுருக்கும்போது வரும் விடை.

(i) $\frac{5x}{5a}$ (ii) $\frac{5x}{10a}$ (iii) $\frac{x}{a}$ (iv) $\frac{5a}{5x}$

03. பொருத்தமான விடையை இணைக்குக.

$\boxed{\dfrac{2x}{a}+\dfrac{3x}{a}}$	$\boxed{\dfrac{3a+6}{x+1}}$
$\boxed{\dfrac{x+1}{a}+\dfrac{5+4x}{a}}$	$\boxed{\dfrac{a+4}{x+1}}$
$\boxed{\dfrac{2a+5}{x+1}+\dfrac{a+1}{x+1}}$	$\boxed{\dfrac{5x+6}{a}}$
$\boxed{\dfrac{2a+5}{x+1}-\dfrac{a+1}{x+1}}$	$\boxed{\dfrac{5x}{a}}$

04. சுருக்குக.

(i) $\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{c}$

(ii) $\dfrac{x}{x-1}+\dfrac{x+1}{x-1}$

(iii) $\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{x+1}{x-1}$

(iv) $\dfrac{x+5}{c}+\dfrac{2x+1}{c}$

(v) $\dfrac{x+5}{c}-\dfrac{2x+1}{c}$

(vi) $\dfrac{p+q}{p-q}+\dfrac{p+2q}{p-q}$

(vii) $\dfrac{3x-4}{x-4}+\dfrac{x-5}{x-4}$

(viii) $\dfrac{3x-4}{x-4}-\dfrac{x-5}{x-4}$

(ix) $\dfrac{2x+y}{x+y}+\dfrac{5x-y}{x+y}$

(x) $\dfrac{2x+y}{x+y}-\dfrac{5x-y}{x+y}$

பிற்சோதனை

01. பின்வரும் கூற்றுக்களுக்குப் பொருத்தமான அட்சர கணித பின்னங்கள் இரண்டு வீதம் எழுதுக.

(i) பகுதி எண்ணில் அட்சரகணித உறுப்புக் கொண்ட அட்சரகணிதப் பின்னங்கள்.

(ii) தொகுதி எண்ணில் அட்சரகணிதக் கோவை கொண்ட அட்சரகணிதப் பின்னங்கள்

(iii) பகுதி எண்ணில் மட்டும் அட்சரகணித கோவை கொண்ட அட்சரகணித பின்னங்கள்.

(iv) பகுதி எண்ணில் அட்சரகணித கோவையும், தொகுதி எண்ணில் அட்சரகணித உறுப்பும் கொண்ட அட்சரகணித பின்னங்கள்.

02. சுருக்குக.

i. $\frac{3x}{7}+\frac{x}{7}-\frac{2x}{7}$

ii. $\frac{4y}{x}+\frac{5y}{x}+\frac{2y}{x}$

iii. $\frac{8b}{15a}-\frac{b}{15a}-\frac{2b}{15a}$

iv. $\frac{2}{x+2}+\frac{3}{x+2}$

v. $\frac{3}{a+b}-\frac{2}{a+b}$

vi. $\frac{x-2}{x+2}+\frac{2x+1}{x+2}+\frac{7}{x+2}$

vii. $\frac{x-2}{x+1}-\frac{(2x+1)}{x+1}$

viii. $\frac{p}{ab}+\frac{q}{ab}-\frac{r}{ab}$

ix. $\frac{3a+b}{2a+b}+\frac{a-b}{2a+b}+\frac{4a+3b}{2a+b}$

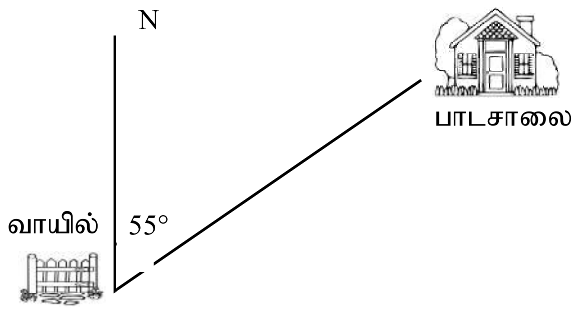
27. அளவிடைப் படங்கள்

விடய உள்ளடக்கம்

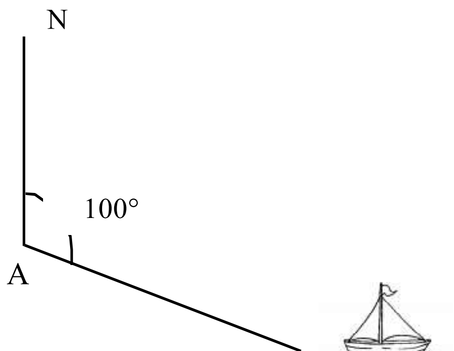
- திசைகோள் என்றால் என்னவென்று விபரித்தல்.
- கிடைத்தளமொன்றின் அமைவை விபரிப்பதற்குத் திசைகோளும், தூரமும் தேவை என ஏற்றுக் கொள்ளல்.
- திசைகோளை அளக்கும் கருவியாக கோணமானியை இனங்கண்டு பயன்படுத்துவார்.
- திசைகோளையும் தூரத்தையும் கொண்டு பல்வேறு அமைவிடங்களை விபரித்தல்.
- திசைகோளைப் பயன்படுத்திக் கணித்தல்களில் ஈடுபடுதல்.
- தீசைகோளும் தூரமும் தரப்படும்போது கிடைத்தளத்தின் அமைவிடங்களின் அளவிடைப்படம் வரைதல்.
- அளவிடைப்படங்களைப் பயன்படுத்திக் கிடைத்தளத்தில் அமைவிடங்களின் அளவீடுகளைப் பெறல்.

27.1 திசைகோள்

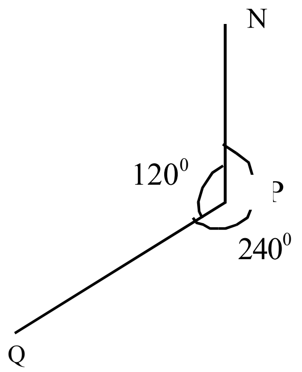
யாதுமோர் இடத்தில் அமைந்துள்ள புள்ளியொன்றிலிருந்து, அதே கிடைத் தளத்தில் அமைந்துள்ள இன்னுமோர் புள்ளியைப் பார்க்கும்போது அதன் அமைவிடம் வடக்கிலிருந்து வலஞ்சுழியாக எத்தனை பாகை சுழன்றுள்ளது என்பதைக் காட்டுதல் திசைகோள் எனப்படும்.



பாடசாலை வாயிலிலிருந்து பாடசாலைக் கட்டடத்தைப் பார்க்கும்போது அதன் திசைகோள் 055^0 ஆகும்.



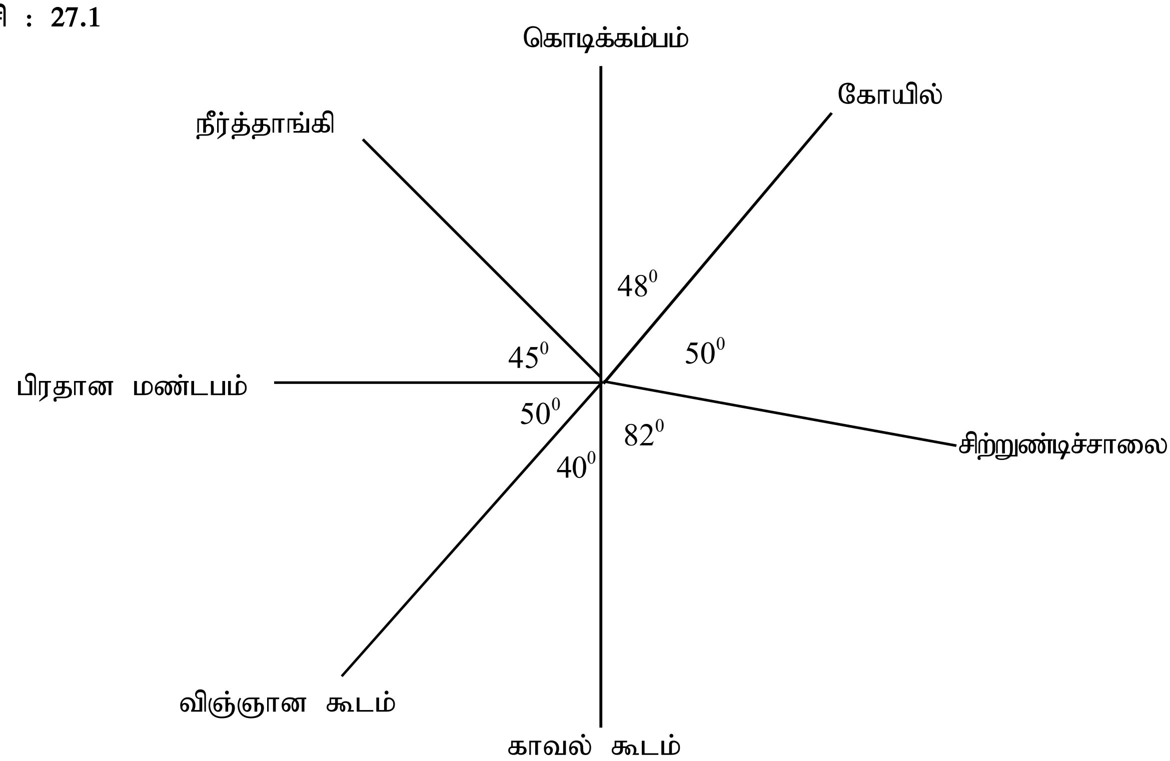
A எனும் இடத்திலிருந்து B எனும் புள்ளியில் உள்ள தோணியின் திசைகோள் 100^0 ஆகும்.



புள்ளி P இலிருந்து, புள்ளி Q இன் திசைகாள் 240^0 ஆகும். திசைகோளைக் காட்டும்போது சுழற்சிக் கோணம் 3 இலக்கங்களில் எழுதப்படல் வேண்டும்.

பயிற்சி : 27.1

(1)



மேற்படி உருவைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் அட்டவணையின் வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

	இடம்	திசைகோள்
1.	கோயில்	....
2.	சிற்றுண்டிச்சாலை	098^0
3.	....	....
4.	....	220^0
5.	....	....
6.	....	....

02. ராமனின் வீடும் ஒரு சில இடங்களும் அமைந்துள்ள முறை கீழே தரப்பட்டுள்ளது. இத்தகவல்களை வகைகுறிக்கும் உருக்களை வரைக.

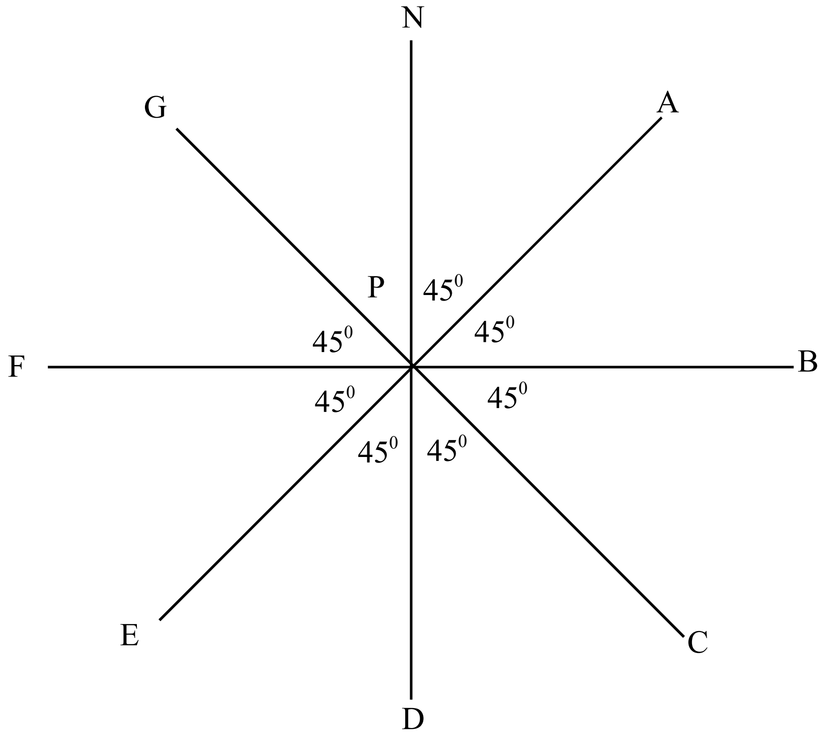
(i) வீட்டிலிருந்து பார்க்கும்போது, கடவையின் திசைகோள் 070^0 ஆகும்.

(ii) வீட்டிலிருந்து பார்க்கும்போது, நீர்தாங்கியின் திசைகோள் 120^0 ஆகும்.

(iii) வீட்டிலிருந்து பார்க்கும்போது, மாமரத்தின் திசைகோள் 230^0 ஆகும்.

(vi) வீட்டிலிருந்து பார்க்கும்போது, கராஜின் திசைகோள் 285^0 ஆகும்.

03.

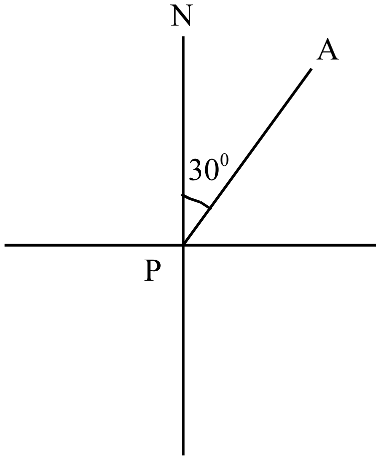


மேற்படி உருவில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப புள்ளி P இலிருந்து ஏனைய ஒவ்வொரு புள்ளியினதும் திசைகோள்களை எழுதுக.

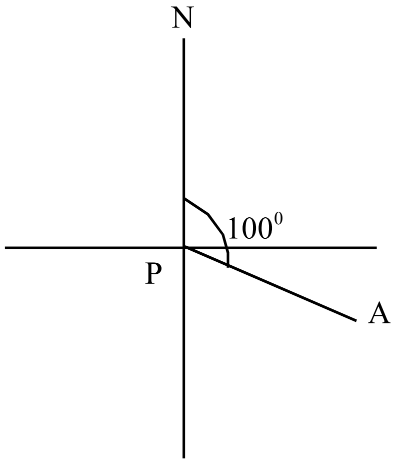
1. புள்ளி P இலிருந்து A இன் திசைகோள் 045^0 ஆகும்.
2. புள்ளி P இலிருந்து B இன் திசைகோள் ----------- ஆகும்.
3. புள்ளி P இலிருந்து C இன் திசைகோள் ----------- ஆகும்.
4. புள்ளி P இலிருந்து D இன் திசைகோள் ----------- ஆகும்.
5. புள்ளி P இலிருந்து E இன் திசைகோள் ----------- ஆகும்.
6. புள்ளி P இலிருந்து F இன் திசைகோள் ----------- ஆகும்.
7. புள்ளி P இலிருந்து G இன் திசைகோள் ----------- ஆகும்.

04. ஒவ்வொரு உருவிலும், புள்ளி P இலிருந்து பார்க்கும்போது A யின் திசைகோளை எழுதுக.

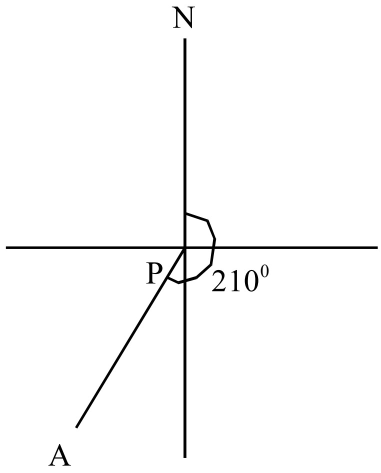
(i)



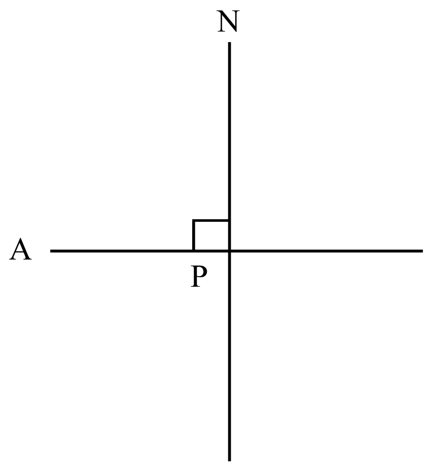
(ii)



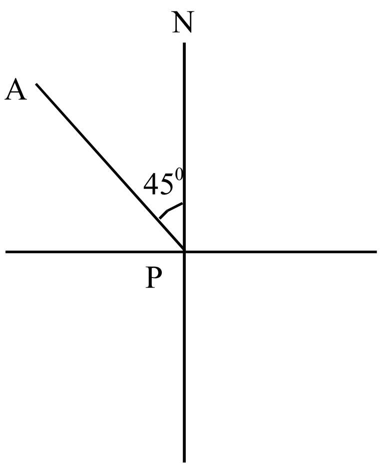
(iii)



(iv)

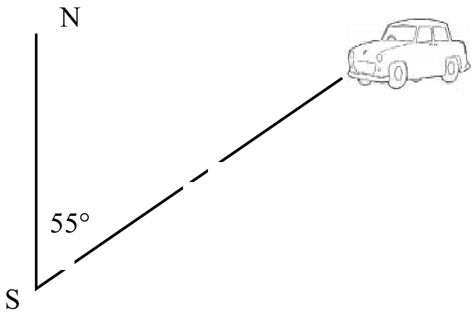


(v)

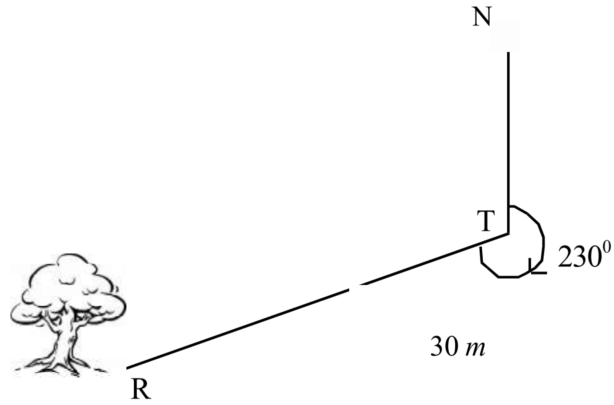


27.2 அமைவிடங்களைக் காட்டுவதற்கு இரு புள்ளிகளுக்கிடையிலான தூரத்தைப் பயன்படுத்தல்.

உருவில் புள்ளி S இலிருந்து பார்க்கும்போது, புள்ளி R இல் நிறுத்திவைக்கப்பட்டுள்ள கார் 055^0 திசைகோளிலும் 50 m தூரத்திலும் அமைந்துள்ளது.



உருவில் புள்ளி T இலிருந்து பார்க்கும்போது, புள்ளி R இல் அமைந்துள்ள மரம் 230^0 திசைகோளிலும் 150 m தூரத்திலும் அமைந்துள்ளது.

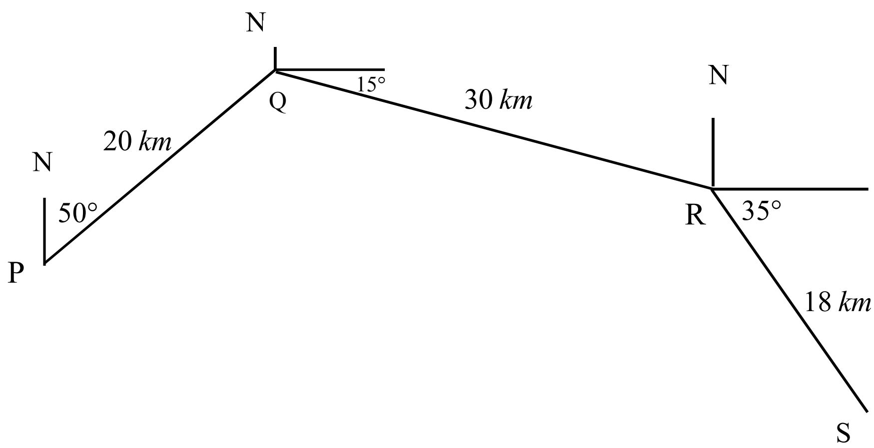


முகாம் P இலிருந்து புறப்பட்ட யுத்த டாங்கி S எனும் முகாமுக்குச் சென்ற பாதை உருவில் தரப்பட்டுள்ளது. தரப்பட்டுள்ள திசைகோளையும் தூரத்தையும் பயன்படுத்தி யுத்த டாங்கியின் பயணப் பாதையை விபரிக்க முடியும்.

P இலிருந்து 050^0 திசைகோளில் 20 km தூரம் சென்று Q வை அடைகிறது.

Q இலிருந்து 105^0 திசைகோளில் 30 km தூரம் சென்று R ஐ அடைகிறது.

R இலிருந்து 125^0 திசைகோளில் 18 km தூரம் சென்று S ஐ அடைகிறது.

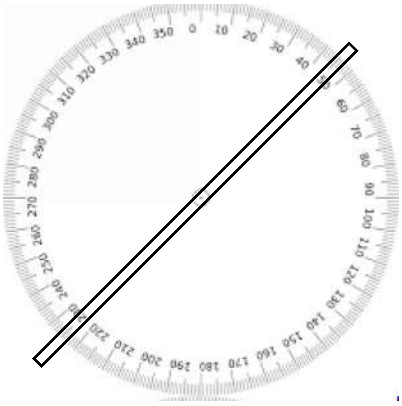


27.3 திசைகோளை அளத்தல்

திசைகோளை அளக்கும் கருவியாக கோணமானியைப் பயன்படுத்தலாம்.

கோணமானி ஒன்றை உருவாக்குதல்

உருவில் காட்டியவாறு வட்டவடிவ கடதாசி அடர் ஒன்றை வெட்டி எடுக்க. அதில் வடக்கை குறித்து உருவில் காட்டியவாறு 0 - 360 வரை எண்ணிடுக. அதன் பின் மையத்தில் கம்பி ஒன்றினைப் பொருத்தி அதனூடாகப் பானக்குழாய் ஒன்றினைச் செலுத்தி அமைத்துக் கொள்க. பானக்குழாய் மையத்தைப் பற்றிச் சுழலக்கூடிதாக இருக்க வேண்டும்.



பயிற்சி : 27.3

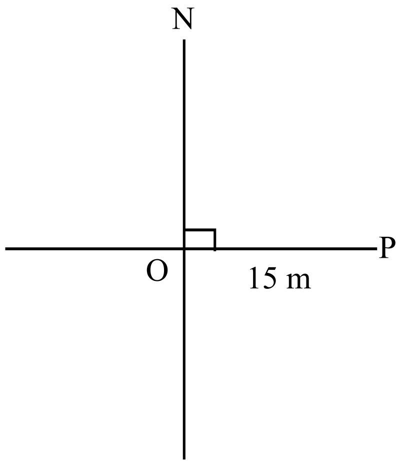
01. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வாரு திசைகோளையும் காட்டுவதற்கு உரு வரைக.

(i) 038^0 (ii) 085^0 (iii) 120^0 (iv) 180^0

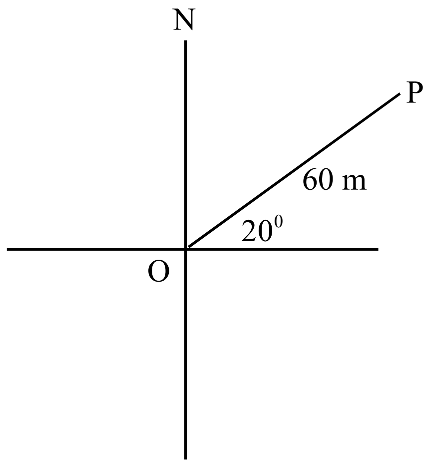
(v) 225^0 (vi) 300^0 (vii) 000^0

02. கீழே ஒவ்வொரு உருவிலும் காட்டப்பட்டுள்ள P இன் அமைவை விபரிக்க.

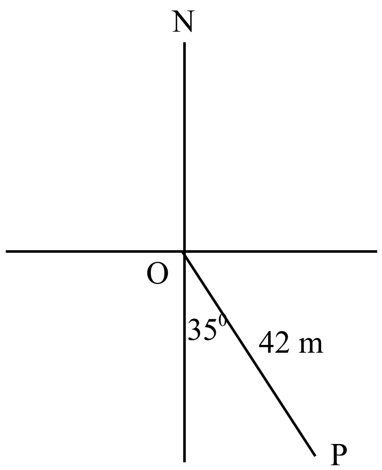
(i)



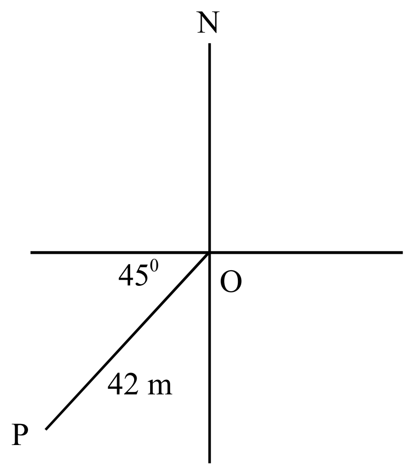
(ii)



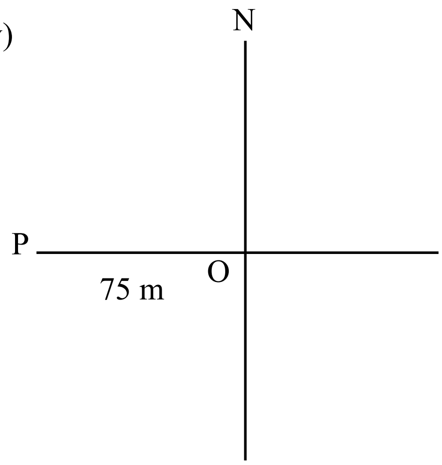
(iii)



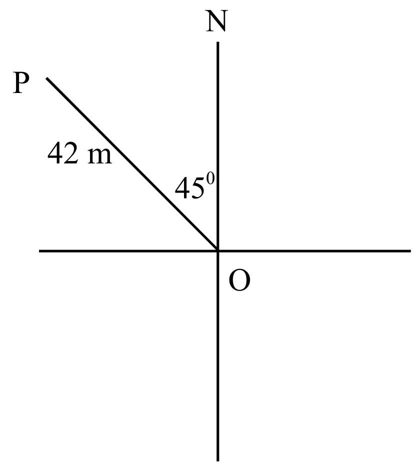
(iv)



(v)



(vi)



03. கீழே விபரிக்கப்பட்டுள்ள இடங்களின் அமைவிடங்களை வகைகுறிப்பதற்கு வரிப்படங்களை வரைந்து தரவுகளைக் குறிக்க.

(i) புள்ளி X இலிருந்து 085^0 திசைகோளில் 75 m தூரத்தில் புள்ளி Y அமைந்துள்ளது.

(ii) பாடசாலைக் கடவையிலிருந்து பார்க்கும்போது 120^0 திசைகோளில் 150m தூரத்தில் கோயில் அமைந்துள்ளது.

(iii) கடற்கரையில் உள்ள புள்ளி P யிலிருந்து 150^0 திசைகோளில் 300m தூரத்தில் படகு ஒன்று நிறுத்தி வைக்கப்பட்டுள்ளது.

(iv) Q எனும் மின் கம்பத்துக்கு அருகில் உள்ள புள்ளியிலிருந்து 310^0 திசைகோளில் 510 m தூரத்தில் மின் நிலையம் அமைந்துள்ளது.

(v) மைதானத்தின் கடவையிலிருந்து பார்க்கும்போது 240^0 திசைகோளில் 750 m தூரத்தில் மேடை அமைந்துள்ளது.

27.4 அளவிடை

பொருளொன்றின் அளவிடைப்படம் வரைவதற்கு பயன்படுத்தப்படும் நீளத்திற்கும், உண்மை நீளத்திற்கும் இடையிலான விகிதம் அளவிடை எனப்படும்.

அளவிடைப்படம்

பொருளொன்றின் அளவுகளை யாதும் ஓர் விகிதத்தில், அதன் பருமன் சிறிதாகுமாறு அல்லது பெரிதாகுமாறு வடிவம் மாறாதவாறு வரையப்படும் படம் அளவிடைப்படமாகும்.

உதாரணம் : 1

"1cm இனால் 2 m காட்டப்படும்" எனத் தரப்படும் அளவிடையை விகிதமாகக் காட்டுதல்.

$1\,cm \longrightarrow 2\,m$ (அளவிடைப்படத்தில் 1 cm இனால் உண்மை நீளம் 2 m காட்டப்படும்)

$1\,cm \longrightarrow 2\times 100\,cm$ (இரு பெறுமானங்களையும் ஒரே அலகிற்கு மாற்றுதல்)

$1\,cm \longrightarrow 200\,cm$

$1:200$ (அலகு இல்லாமல் விகிதமாக எழுதுதல்)

உதாரணம் : 2

1 km நீளமானது அளவிடைப்படத்தில் 4 cm இனால் காட்டப்படுகிறது

$4\,cm \longrightarrow 1\,km$

$4\,cm \longrightarrow 1\times 1000\,m$

$4\,cm \longrightarrow 100\times 1000\,cm$

$4\,cm \longrightarrow 100\,000\,cm$

$1\,cm \longrightarrow 25\,000\,cm$

$1:25\,000$

பயிற்சி 27.4

01. உருவின் அளவிடைப்படம் வரைவதற்குப் பயன்படுத்தப்பட்ட அளவிடை கீழே தரப்பட்டுள்ளது. அதன்படி சரியான விடையின் கீழ் கோடிடுக.

(a) 1 : 4 எனும் அளவிடையில் வரையப்பட்ட அளவிடைப்படத்தின் பருமன்.

(i) பெரிதாகும் (ii) சிறிதாகும் (iii) சமனாகும்

(b) 4 : 1 எனும் அளவிடையில் வரையப்பட்ட அளவிடைப்படத்தின் பருமன்.

(i) சிறிதாகும் (ii) சமனாகும் (iii) பெரிதாகும்

02. வெற்றிடங்களை நிரப்புவதன் மூலம் கீழே தரப்பட்டுள்ள அளவீடுகளை விகிதமாக எழுதுக.

(i) 1 cm இனால் 3 m காட்டப்படும்.

1 cm $\rightarrow$ .... m

1 cm $\rightarrow$ $3\times$ .... cm

1 cm $\rightarrow$ .... cm

1 : ....

(ii) 1 cm இனால் 50 m காட்டப்படும்.

1 cm $\rightarrow$ .... m

1 cm $\rightarrow$ ....$\times$........ cm

1 cm $\rightarrow$ .... cm

1 : ....

(iii) 1 cm இனால் 1 km காட்டப்படும்.

1 cm → .... km

1 cm → .... m

1 cm → .... cm

1 cm → .... cm

1 : ....

(iv) 4 cm இனால் 0.5 km காட்டப்படும்.

4 cm → ....km

4 cm → .... m

4 cm → .... cm

4 cm → .... cm

4 : ....

1 : ....

(v) 2 cm இனால் 5 m காட்டப்படும்.

2 cm → .... m

2 cm → .... cm

2 cm → .... cm

2 : ....

1 : ....

03. பின்வரும் அளவீடுகளை விகிதமாக எழுதுக.

(i) 1 cm இனால் 10 cm காட்டப்படும்.

(ii) 1 cm இனால் 4 m காட்டப்படும்.

(iii) 1 cm இனால் 10 m காட்டப்படும்.

(iv) 1 cm இனால் 4 km காட்டப்படும்.

(v) 5 cm இனால் 1 km காட்டப்படும்.

(vi) 2 cm இனால் 5 m காட்டப்படும்.

27.5 அளவிடைப்படம் வரைதல்

உதாரணம் : 3

B ஆனது A இற்கு கிழக்கே 30 m தூரத்தில் அமைந்துள்ள ஓர் இடமாகும். A இலிருந்து 060^0 திசைகோளிலும் B இலிருந்து 340^0 திசைகோளிலும் C அமைந்துள்ளது

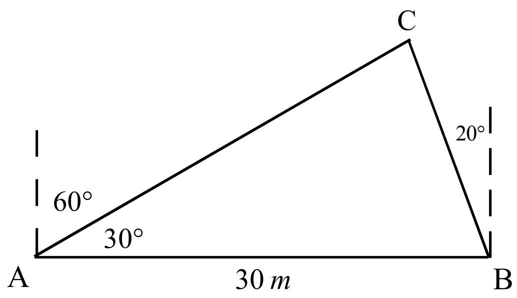
(i) A, B, C என்பவற்றின் அமைவிடங்களைப் பரும்படிப் படம் ஒன்றில் காட்டுக.

(ii) நேர்விளிம்பு, பாகைமானி என்பவற்றைப் பயன்படுத்தி 1 : 500 எனும் அளவிடையில் A, B, C என்பவற்றின் அமைவிடங்களைக் காட்ட அளவிடைப்படம் ஒன்றை வரைக.

(iii) அளவிடைப்படத்தைப் பயன்படுத்தி A இற்கும் C இற்கும் இடையிலான தூரத்தையும் B இற்கும் C இற்கும் இடையிலான தூரத்தையும் காண்க.

விடைகள்

(i)

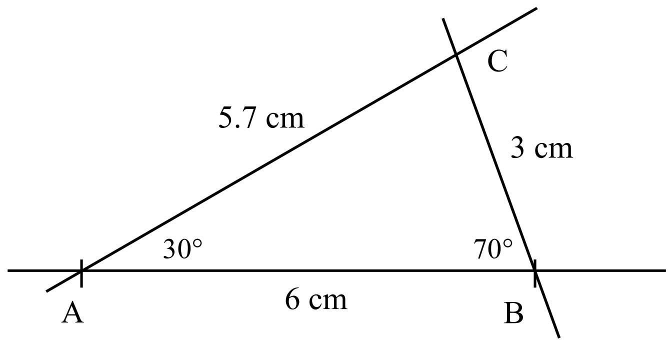


(ii) அளவிடை 1 : 500

AB இன் நீளம் = 30 m

= 3000 cm

அளவிடைப்படத்தில் AB யின் நீளம் $= \frac{3000}{500} = 6cm$



(iii) அளவிடைப்படத்தில் AC இன் நீளம் = 5.7 cm

AC இன் உண்மை நீளம் $= 5.7 \times 500$ cm

= 2850 cm

$= \frac{2850}{100}$ m

= 28.5 m

(iii) அளவிடைப்படத்தில் BC இன் நீளம் = 3 cm

BC இன் உண்மை நீளம் $= 3 \times 500$ cm

= 1500 cm

$= \frac{1500}{100}$ m

= 15 m

உதாரணம் : 4

மைதானமொன்றில் P என்னும் இடத்திற்கு வடக்காக 15 m தூரத்தில் Q எனும் இடம் அமைந்துள்ளது. Q இலிருந்து 120^0 திசைகோளில் 19.5 m தூரத்தல் கொடிக்கம்பம் ஒன்று நடப்பட்டுள்ளது.

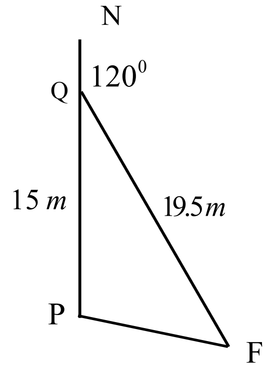
(i) P, Q கொடிக்கம்பம் என்பவற்றின் அமைவிடங்களைக் காட்டுவதற்குப் பரும்படிப் படம் ஒன்றைக் காட்டுக.

(ii) 1 : 300 எனும் அளவிடையில் அளவிடைப்படம் ஒன்றை வரைக.

(iii) அளவிடைப்படத்திலிருந்து P இலிருந்து கொடிக்கம்பத்துக்கு உள்ள தூரத்தையும் திசைகோளையும் காண்க.

விடைகள்

(i)

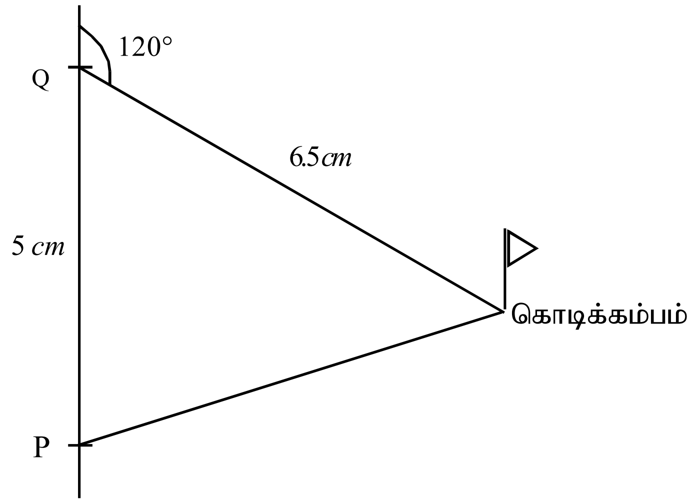


(ii) அளவிடை 1 : 300

PQ = 15 m

அளவிடைப்படத்தில் தூரம் $= \frac{1500}{300} cm = 5\ cm$

Q இற்கும் கொடிக்கம்பத்திற்கும் இடையிலுள்ள தூரம் $= \frac{1950}{300} cm = 6.5\ cm$



(iii) அளவிடைப்படத்தில் P இலிருந்து கொடிக்கம்பத்துக்குள்ள தூரம் = 6 cm

P இற்கும் கொடிக்கம்பத்துக்குமிடையிலான தூரம் $= 6 \times 300$ cm

$= 18$ m

P இலிருந்து கொடிக்கம்பத்தின் திசைகோள் $= 072^0$

உதாரணம் : 2

முக்கோணி வடிவக் காணியொன்றின் எல்லைகள் சந்திக்கும் புள்ளிகள் A, B, C எனப் பெயரிடப்பட்டுள்து. A இலிருந்து 055^0 திசைகோளில் 14 m தூரத்தில் B யும், 330^0 திசைகோளில் 8 m தூரத்தில் C யும் அமைந்துள்ளது.

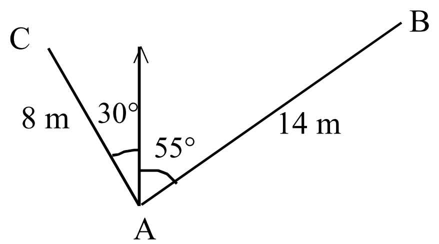
(i) A, B, C என்பவற்றின் அமைவிடங்களைக் காட்டுவதற்குப் பருமட்டான படம் ஒன்று வரைக.

(ii) பொருத்தமான அளவிடையைப் பயன்படுத்தி A., B, C என்பவற்றின் அமைவிடங்களைக் காட்ட அளவிடைப்படம் ஒன்று வரைக.

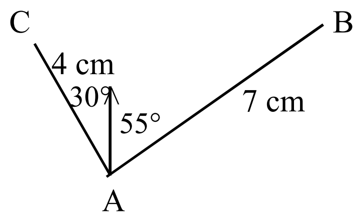
(iii) அளவிடைப்படத்திலிருந்து B இற்கும் C இற்கும் இடையிலான தூரத்தைக் காண்க.

விடைகள் :

(i)



(ii) அளவிடை = 1 : 200 எனக் கொண்டால்



A இற்கும் B இற்கும் இடையிலான தூரம் = 14 m

அளவிடைப்படத்தில் AB இன் நீளம் $= \frac{1400}{200} = 7\ cm$

A இற்கும் C இற்கும் இடையிலான தூரம் = 8 m

அளவிடைப்படத்தில் AC இன் நீளம் $= \frac{800}{200} = 4\ cm$

(iii) அளவிடைப்படத்தில் BC இன் நீளம் = 7.7 cm

B இற்கும் C இற்கும் இடையிலான உண்மைத் தூரம் $= 7.7 \times 200\ cm$

$= \frac{7.7 \times 200}{100} = 15.4\ m$

பயிற்சி : 27.5

01. கிடைத்தரையில் அமைந்துள்ள மூன்று இடங்கள் A, B, C ஆகும். A இலிருந்து 060^0 திசைகோளில் 65 m தூரத்தில் B யும், 125^0 திசைகோளில் 25 m தூரத்தில் C யும் அமைந்துள்ளது.

    (i) A, B, C எனும் இடங்களின் அமைவிடங்களைக் காட்டும் பரும்படிப் படம் ஒன்றை வரைக.

    (ii) 1 : 500 எனும் அளவிடையில் A, B, C எனும் இடங்களைக் காட்டும் அளவிடைப்படத்தை வரைக.

    (iii) அளவிடைப்படத்திலிருந்து B இற்கும் C இற்கும் இடையிலான தூரத்தைக் காண்க.

02. மைதானத்தில் P எனும் இடத்திலிருந்து அவதானிக்கும் ஒருவருக்கு 050^0 திசைகோளில் 44 m தூரத்தில் நிமலும், 305^0 திசைகோளில் 36 m தூரத்தில் சரத்தும் காணப்படனர்.

    (i) மைதானத்தில் நிமல், சரத் ஆகியோர் நிற்கும் இடங்களை பரும்படிப் படம் ஒன்றில் காட்டுக.

    (ii) பரும்படிப் படத்தை பயன்படுத்தி அளவிடைப்படமொன்றை வரைக.

    (iii) அளவிடைப்படத்திலிருந்து நிமலுக்கும் சரத்ததுக்கும் இடையிலான தூரத்தைக் காண்க.

03. காணியொன்றின் எல்லையில் X எனும் இடத்திற்கு கிழக்காக 140 m தூரத்தில் Y எனும் இடம் அமைந்துள்ளது. X இற்கு 040^0 திசைகோளிலும் Y இற்கு 300^0 திசைகோளிலும் கடவை ஒன்று அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

    (i) X, Y கடவை என்பவற்றின் அமைவிடங்களைப் பரும்படிப் படம் ஒன்றில் காட்டுக.

    (ii) பரும்படிப் படத்தைப் பயன்படுத்தி அளவிடைப்படமொன்றை வரைக.

    (iii) அளவிடைப்படத்திலிருந்து X எனும் இடத்துக்கும் கடவைக்கும் இடையிலான தூரத்தையும், Y இலிருந்து கடவைக்கான தூரத்தையும் காண்க.

28. தரவுகளை வகைகுறித்தலும் விளக்கம் கூறலும்

விடய உள்ளடக்கம்

- **எண் பரம்பலை விபரித்தல்.**
- **தரப்பட்ட தரவுத் தொகுதியைக் கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பலாகக் காட்டல்.**
- **வகுப்பாயிடையை விபரித்தல்.**
- **தரப்பட்ட தரவுகளைக் கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலாகக் காட்டல்.**
- **ஆகாரம், இடையம், இடை என்பவற்றை விபரித்தலும் அவற்றை வகைகுறிப்புப் பெறுமானங்களாக இனங்காணல்.**
- **கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பலின் இடையை $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ மூலம் கணித்தல்.**
- **கூட்டமாக்கப்படாத பரம்பலின் வீச்சை விபரித்தல்.**
- **கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலின் ஆகார வகுப்பை இனங்காணுதல்**
- **கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலின் இடைய வகுப்பை இனங்காணுதல்**

28.1 மீடிறன் பரம்பலை விபரித்தல், தரப்பட்ட தரவுத் தொகுதியைக் கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பலாகக் காட்டுதல்.

செயற்பாடு 28.1

வகுப்பொன்றிலுள்ள 40 மாணவர்களிடம் அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் ஈடுபடும் இணைப்பாட விதான செயற்பாடுகளின் எண்ணிக்கை தொடர்பாகப் பெறப்பட்ட விபரம் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

1, 3, 2, 1, 1, 4, 0, 2, 2, 3,
1, 2, 1, 1, 3, 1, 1, 4, 0, 1,
2, 2, 2, 1, 2, 3, 3, 2, 2, 3,
2, 3, 1, 4, 2, 2, 2, 2, 3, 1

(i) மேற்படி எண் பரம்பலைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் அட்வணையைப் பூரணப்படுத்துக.

இணைப்பாட விதான செயற்பாடுகளின் எண்ணிக்கை	மீடிறன் (மாணவர்களின் எண்ணிக்கை)
0	2
1	12
2	15
3	8
4	3

(ii) எண் ஒன்றின் மீடிறன் எனப்படுவது யாது?

....

(iii) இந்த அட்டவணை எவ்வாறு அழைக்கப்படும்?

....

செயற்பாடு 1

தீப்பெட்டிகள் சிலவற்றில் ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் இருந்த தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை தொடர்பாக பெறப்பட்ட தகவல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

50, 51, 52, 50, 50, 49, 50, 50, 48, 51,
50, 50, 50, 49, 50, 50, 50, 51, 50, 50,
52, 50, 50, 50, 50, 48, 50, 50, 50, 50,
49, 50, 50, 51, 50, 50, 51, 50, 50, 51,
50, 50, 51, 51, 49, 50, 50, 50, 50, 49,

(i) மேற்படி எண் பரம்பலைக் காட்டப் பின்வரும் மீடிறன் அட்வணையைப் பூரணப்படுத்துக.

எண்	மீடிறன்
48	2
49	....
50	....
51	....
52	....

(ii) 50 இன் மீடிறன் யாது?

....

(iii) அதிக தடவைகள் உள்ள எண் யாது?

....

(iv) குறைந்த மீடிறனைக் கொண்ட எண் யாது?

....

(v) பரீட்சிக்கப்பட்ட தீப்பெட்டிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை யாது?

....

(vi) 51 இலும் பார்க்க 50 எத்தனை தடவை அதிகமாக உள்ளது?

....

செயற்பாடு 2

பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றிலும் சரியெனின் '✓'அடையாளமும், பிழையாயின் 'X' அடையாளமும் இடுக.

(i) எண் பரம்பலொன்றில் குறித்த எண் தோன்றியுள்ள தடவைகளின் எண்ணிக்கை அவ்வெண்ணின் மீடிறன் எனப்படும். ☐

(ii) எண்களும் அவ்வெண் தோன்றியுள்ள தடவைகளின் எண்ணிக்கையும் காட்டப்படும் அட்டவணை மீடிறன் அட்டவணை எனப்படும். ☐

28.2 வகுப்பாயிடைகளை விபரித்தலும் தரப்பட்ட தரவுத் தொகுதியைக் கொண்டு வகுப்பாயிடைகள் கொண்ட மீடிறன் அட்டவணையைத் தயாரித்தலும்.

செயற்பாடு 1

வகுப்பொன்றிலுள்ள 40 மாணவர்கள் கணித வினாத்தாள் ஒன்றுக்குப் பெற்றுக் கொண்ட புள்ளிகள் தொடர்பான எண் பரம்பல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

80,	72,	74,	51,	62,	73,	37,	89,	25,	26,
53,	75,	48,	63,	72,	52,	55,	59,	62,	67,
36,	47,	64,	47,	44,	66,	55,	43,	54,	27,
39,	42,	49,	50,	60,	70,	85,	56,	78,	40

(i) மாணவன் ஒருவன் பெற்ற இழிவுப் புள்ளி யாது? ....

(ii) மாணவன் ஒருவன் பெற்ற உயர்வுப் புள்ளி யாது?

(iii) மேற்படி புள்ளிகளைக் கொண்டு பின்வரும் அட்டவணையில் மீடிறன் நிரலைப் பூரணப்படுத்துக.

புள்ளி	வரவுக்குறி	மீடிறன்
25	/	
26	/	
27	....	
28	....	
29	....	

(iv) மேற்படி 40 மாணவர்களினதும் புள்ளிப் பரம்பலைக் காட்டுவதற்குத் தரப்பட்ட வடிவிலான அட்வணையைப் பயன்படுத்துவதில் ஏற்படும் பிரச்சினை யாது?

....

(v) எண்ணொன்றுக்குப் பதிலாக ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிலிருந்து இன்னுமொரு குறிப்பிட்ட எண் வரையான எண்கள் அடங்கும் வகையில் வகுப்பாயிடைகளாகத் தரப்பட்டுள்ள பின்வரும் மீடிறன் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

இங்கு 20 - 30 எனும் வகுப்பில் 20 அடங்குவதோடு 30 அடங்குவதில்லை அதேபோல் 30 - 40 வகுப்பில் 30 அடங்குவதோடு 40 அடங்குவதில்லை என்றவாறு எடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வகுப்பாயிடை	மீடிறன் (வரவுக்குறி)	மீடிறன்
20 - 30	///	3
30 - 40		
40 - 50		
50 - 60		
60 - 70		
70 - 80		
80 - 90		

(vi) மேற்படி அட்டவணைக்கு மிகப் பொருத்தமான பெயரை (a), (b) என்பவற்றிலிருந்து தெரிக.

(a) கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பல்.

(b) கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பல்.

பயிற்சி 28.2

01. தோட்டத்தில் உள்ள ஒவ்வொரு மரத்திலிருந்தும் பறிக்கப்பட்ட தேங்காய்களின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

2, 4, 8, 12, 9, 7, 6, 14, 5, 9, 11,
8, 3, 12, 15, 11, 13, 17, 7, 3, 6, 20,
18, 10, 17, 15, 10, 14, 18, 12, 6, 11, 13

0 - 2, 3 - 5, 6 - 8 என்றவாறு வகுப்பாயிடைகளைக் கொண்டு மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றை அமைக்க.

02. தேசிய பாடசாலை ஒன்றில் வகுப்புக்கள் சிலவற்றில் உள்ள பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

18, 26, 42, 30, 29, 42, 50, 28, 19, 32, 43, 28, 15,

24, 30, 29, 43, 27, 34, 25, 20, 23, 49, 27, 34, 48

0 - 6, 7 - 13, 14 - 20 .... என்றவாறு வகுப்பாயிடைகளைக் கொண்டு மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றை அமைக்க.

03. நெற்கதிர் சிலவற்றில் உள்ள நெற்களின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

22, 74, 32, 58, 63, 80, 34, 64, 86, 90, 94, 28, 36, 60,

54, 37, 49, 64, 53, 48, 38, 82, 76, 54, 28, 43, 56, 64,

73, 82, 95, 66, 43, 37, 30, 82, 76, 58, 47, 35, 29

20 - 31, 32 - 43, 44 - 55...... என்றவாறு வகுப்பாயிடைகளைக் கொண்டு மீடிறன் பரம்பல் ஒன்றை அமைக்க.

28.3 கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலின் ஆகாரம், இடையம், இடை என்பவற்றை அறிமுகம் செய்தலும், வகைகுறிப்புப் பெறுமானமாக இனங்காணலும்

28.3.1

ஆகாரம் : எண்தொகுதி ஒன்றில் அதிக தடவைகள் உள்ள ஈட்டு ஆகாரம் எனப்படும்

இடை : ஏறு வரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையில் எழுதப்பட்ட தரவுத் தொகுதியில் நடுவில் உள்ள பெறுமானம் இடையம் எனப்படும்.

இடை : தரவுகளின் கூட்டுத் தொகையைத் தரவுகளின் எண்ணிக்கையால் பிரிக்கும்போது தரவுகளின் இடை பெறப்படும்.

ஆகாரம், இடையம், இடை என்பன தரவுத் தொகுதியின் **மையநாட்ட அளவீடுகள்** எனப்படும்.

உதாரணம் : 1

1, 4, 5, 5, 5, 7, 8 எண் தொகுதியில்,

(i) ஆகாரம்.

(ii) இடையம்

(iii) இடை என்பவற்றைக் காண்க.

விடைகள்

(i) ஆகாரம் - கூடிய தடவைகள் உள்ள ஈட்டு

5 (அதிகமாக 3 தடவைகள் உள்ளது)

(ii) இடையம் - ஏறுவரிசைப்படுத்தியபோது நடுவில் உள்ள பெறுமானம்.

$$\underbrace{1,\ 4,\ 5}_{3\ \text{ஈட்டுக்கள்}} \quad \underset{\text{சரி நடுவில்}}{\underset{\Uparrow}{5}} \quad \underbrace{5,\ 7,\ 8}_{3\ \text{ஈட்டுக்கள்}}$$

5

(iii) $$\text{இடை} = \frac{\text{ஈட்டுக்களின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{தரவுகளின் எண்ணிக்கை}}$$

$$= \frac{1+4+5+5+5+7+8}{7}$$

$$= \frac{35}{7}$$

$$= 5$$

இந்தத் தரவுத் தொகுதியில் ஆகாரம், இடையம், இடை ஆகிய மையநாட்ட அளவீடுகள் மூன்றும் ஒரே பெறுமானமானத்தைக் கொண்டுள்ளது.

உதாரணம் : 02

10, 14, 12, 14, 16, 14, 16, 17, 16, 20 எனும் பரம்பலின்

(i) ஆகாரம்.

(ii) இடையம்

(iii) இடை என்பவற்றைக் காண்க.

விடைகள்

(i) ஆகாரம் - கூடிய தடவைகள் உள்ள ஈட்டு

14ம் 16ம் (3 தடவைகள் வீதம் உள்ளன) இது ஈராகாரப் பரம்பலாகும்.

(ii) $$\text{இடையம்} = \frac{\left\{\begin{array}{l}\text{ஒழுங்குபடுத்தி நடுவில் உள்ள} \\ \text{ஈட்டுக்கள் இரண்டினதும் கூட்டுத்தொகை}\end{array}\right\}}{2}$$

10, 12, 14, 14, 14, 16, 16, 16, 17, 20

$$= \frac{14+16}{2}$$

$$= \frac{30}{2}$$

$$= 15$$

(iii) இடை $= \dfrac{\text{தரவுகளின் கூட்டுத்தெகை}}{\text{தரவுகளின் எண்ணிக்கை}}$

$$= \frac{10+12+14+14+14+16+16+16+17+20}{10}$$

$$= \frac{149}{10}$$

$$= 14.9$$

உதாரணம் : 3

நிமலின் தோட்டத்தில் ஒரு தடவையில் வெட்டி எடுக்கப்பட்ட வாழைக்குலைகளில் உள்ள காய்களின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

140, 130, 142, 125, 142, 108, 135

(i) இந்த தருவுகளின் மையநாட்ட அளவீடுகளைக் காண்க.

(ii) அந்த ஒவ்வொரு அளவீடுகளிலிருந்தும் வாழைக்குலை ஒன்றில் இருக்கக்கூடிய காய்களின் எண்ணிக்கையைக் மதிப்பிடுக.

விடைகள்

(i) மையநாட்ட அளவீடுகளான ஆகாரம், இடையம், இடை என்பவற்றைக் காணல்.

$$\underbrace{108,\ 125,\ 130}_{\text{3 ஈட்டுக்கள்}} \quad \underset{\text{சரி நடுவில்}}{\underset{\Uparrow}{135}} \quad \underbrace{140,\ 142,\ 142}_{\text{3 ஈட்டுக்கள்}}$$

ஆகாரம் - கூடிய தடவைகள் உள்ள ஈட்டு

142

இடையம் - ஒழுங்குபடுத்தியபோது நடுவில் உள்ள பெறுமானம்.

135

$$\text{இடை} = \frac{108+125+130+135+140+142+142}{7}$$

$$= \frac{922}{7}$$

$$= 131.7$$

இடை முழு எண்ணில் 132

இங்கு ஒரு குலையில் உள்ள காய்களின் எண்ணிக்கையாக இடையம் 135 ஐ அல்லது இடை 132 ஐ எடுக்க முடியும். ஆனால் குலை ஒன்றில் உள்ள உயர் எண்ணிக்கை 142 என்பதால் ஆகாரம் இதற்குப் பொருத்தம் இல்லை.

ஆகாரம், இடையம், இடை ஆகிய அளவீடுகளில் பொருத்தமான ஒன்றை அல்லது சிலவற்றை வகைகுறிப்புப் பெறுமானமாக எடுக்க முடியும்.

பயிற்சி : 28.3.1

01. கீழே தரப்பட்டுள்ள கூற்றுகள் சரியெனின் '✓' அடையாளமும் பிழையாயின் 'X' அடையாளமும் இடுக.

(i) தரவுத் தொகுதி ஒன்றில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட ஆகாரங்கள் இருக்கலாம். ☐

(ii) ஈட்டுக்களின் எண்ணிக்கை இரட்டை எனின் தரவுகளில் யாதுமோர் ஈட்டை இடையாகக் கொள்ள முடியும். ☐

(iii) 10 தரவுகளின் இடை 35 எனின் தரவுகளின் கூட்டுத்தொகை 350 ஆகும். ☐

(iv) எந்தவொரு மையநாட்ட அளவீடுகளும், தரப்பட்ட தரவுகளின் வகைகுறிப்புப் பெறுமானமாக அமையலாம். ☐

(v) எல்லா ஈட்டுக்களும் சம எண்ணிக்கையில் இருப்பின் ஆகாரத்தை வகை குறிப்புப் பெறுமானமாக எடுக்க முடியாது? ☐

(vi) இலகுவாகக் காணக்கூடிய மையநாட்ட அளவீடு ஆகாரம் ஆகும். ☐

02. பின்வரும் ஒவ்வொரு பரம்பலிலும் ஆகாரம், இடையம், இடை என்பவற்றைக் காண்க.

(i) 11, 10, 15, 20, 19

(ii) 28, 31, 55, 43, 65, 28

(iii) 120, 110, 109, 114, 120, 114, 125

(iv) 1, 3, 2, 1, 4, 3, 6, 6, 8, 1

(v) 3.2, 3.5, 3.5, 3.1, 3.7, 3.1, 3.5, 3.8, 3.5, 3.8, 3.5

28.4 கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பலின் மையநாட்ட அளவைகளைக் காணல்

உதாரணம் : 1

கீழே தரப்பட்டுள்ள கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பலின்.

(i) ஆகாரம்.

(ii) இடையம்

(iii) இடை

(iv) வீச்சு என்பவற்றைக் காண்க.

ஈட்டுக்கள் (x)	மீடிறன் (f)
28	1
29	5
30	12
31	10
32	2

விடைகள்

(i) ஆகாரம் - கூடிய மீடிறனைக் கொண்ட எண்

கூடிய மீடிறன் 12 என்பதால் ஆகாரம் $= 30$

(ii) இடையம் $= \dfrac{\text{ஈட்டுக்களின் எண்ணிக்கை} + 1}{2}$ ஆம் ஈட்டு

$= \dfrac{30+1}{2} = 15.5$ ஆம் ஈட்டு

இங்கு தரவு 30 என்பதால்

ஆகவே இடையம் 15.5 ஆவது ஈட்டு ஆகும். இது தசம எண் என்பதால் 15வது ஈட்டினதும் 16 வது ஈட்டினதும் கூட்டுத்தொகையின் அரைவாசியை இடையமாகக் கொள்ள முடியும். அட்டவணையில் எண்களை ஏறுவரிசைப்படுத்தியபோது 28கள் ஒன்றும், 29கள் ஐந்தும் 30 கள் 13ம் என்றவாறு கிடைக்கும். ஆகவே 15வது ஈட்டும் 16வது ஈட்டும் 30 ஆகும்.

இடை $= \dfrac{15 \text{ வது ஈட்டு} + 16 \text{ வது ஈட்டு}}{2}$

$= \dfrac{30+30}{2} = 30$

தரவுகளின் எண்ணிக்கை அதிகரிக்கும்போது

இடையம் $= \dfrac{\text{தரவுகளின் கூட்டுத்தொகை}}{2}$ எனக் கொள்ளலாம்

அதன்படி இங்கு இடையம் $= \dfrac{30}{2}$ ஆம் ஈட்டு

$= 15$ ஆம் ஈட்டு

$= 30$

(iii) இடை $= \dfrac{\text{தரவுகளின் கூட்டுத்தொகை}}{\text{தரவுகளின் எண்ணிக்கை}} = \dfrac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

மேற்படி சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் அட்டவணையைத் தயாரிப்போம்.

எண் (x)	மீடிறன் (f)	$f.x$
28	1	28
29	5	145
30	12	360
31	10	310
32	2	64
	$\sum f = 30$	$\sum fx = 907$

இடை $= \dfrac{\sum fx}{\sum f} = \dfrac{907}{30}$

$= 30.23$

$= 30$

(கிட்டிய முழு எண்ணுக்கு)

உதாரணம் : 2

40 தீப்பெட்டிகளில் உள்ள தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை கீழே தரப்பட்டுள்ளது. அதன்படி தீப்பெட்டியொன்றில் உள்ள தீக்குச்சிகளின் எண்ணிக்கை,

ஒருபெட்டியில் உள்ள குச்சிகளின் எண்ணிக்கை	தீப்பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை
48	1
49	7
50	15
51	8
52	6
53	3
பெட்டிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை	40

(i) ஆகாரம்.

(ii) இடையம்

(iii) இடை என்பவற்றைக் காண்க.

விடைகள்

(i) ஆகாரம் - அதிக பெட்டிகளில் உள்ள குச்சிகளின் எண்ணிக்கை

$= 50$ (15 பெட்டிகளில் உள்ள குச்சிகளின் எண்ணிக்கை)

(ii) இடையம் $= \dfrac{40}{2}$ ஆம் பெட்டியில் உள்ள குச்சிகளின் எண்ணிக்கை

$= 20$ ஆம் பெட்டியில் உள்ள குச்சிகளின் எண்ணிக்கை

$= 50$

(iii) ஒருபெட்டியில் உள்ள குச்சிகளின் எண்ணிக்கை (x)	தீப்பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை (f)	$f.x$
48	1	48
49	7	343
50	15	750
51	8	408
52	6	312
53	3	159
	$\sum f = 40$	$\sum fx = 2020$

இடை $= \dfrac{\sum fx}{\sum f} = \dfrac{2020}{40}$

$= 50.5$

பயிற்சி : 28.3

01. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வாரு கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பலினதும்,

(a) ஆகாரம் (b) இடையம் (c) இடை என்பவற்றைக் காண்க.

I.

எண் (x)	மீடிறன் (f)
18	5
19	20
20	40
21	25
22	10

II.

எண் (x)	மீடிறன் (f)
72	2
73	5
74	8
75	6
76	3
77	1

III.

எண் (x)	மீடிறன் (f)
108	3
109	5
110	15
111	10
112	5
113	2

02. ஒரு மாதத்தில் வைத்தியசாலையில் அனுமதிக்கப்பட்ட நோயாளர்களின் எண்ணிக்கை தொடர்பான விபரம் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது. அதிலிருந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடை எழுதுக.

நோயாளர்களின் எண்ணிக்கை	12	13	14	15	16	17
நாட்களின் எண்ணிக்கை	2	6	11	6	4	1

(i) ஒரு நாளில் அனுமதிக்கப்பட்ட நோயாளர் எண்ணிக்கையின் ஆகாரம் யாது?

(ii) ஒரு நாளில் அனுமதிக்கப்பட்ட நோயாளர் எண்ணிக்கையின் இடையம் யாது?

(iii) ஒரு நாளில் அனுமதிக்கப்பட்ட நோயாளர் எண்ணிக்கையின் இடை யாது?

03. 25 மோட்டார் சைக்கிள்கள் ஒரு லீற்றர் பெற்றேலில் பயணம் செய்யும் தூரம் தொடர்பான விபரம் கீழே அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

தூரம் (km)	45	50	55	60	65
மோட்டார் சைக்கிள்களின் எண்ணிக்கை	2	5	7	8	3

அதிலிருந்து 1 லீற்றர் பெற்றோலில் பயணிக்கும் தூரங்களின்,

(i) ஆகாரம்.

(ii) இடையம்

(iii) இடை என்பவற்றைக் காண்க.

(iv) மேற்படி மோட்டார் சைக்கிள் ஒன்று 224 km பிரயாணம் செய்யத் தேவையான பெற்றோலின் அளவைக் காண்க.

28.4 கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பலின் வீச்சு

தரவுகளின் உயர் பெறுமானத்திற்கும், இழிவு பெறுமானத்திற்கும் இடையிலான வித்தியாசம் வீச்சு எனப்படும். அதற்கேற்ப

வீச்சு = உயர் பெறுமானம் - இழிவுப் பெறுமானம்

இது தரவு சிதறல் தொடர்பான அளவீடாகும்.

உதாரணம் : 1

5, 7, 10, 12, 15, 15, 18, 21 எனும் தரவுகளின் வீச்சைக் காண்க.

இங்கு உயர் பெறுமானம் = 21

இழிவுப் பெறுமானம் = 5

வீச்சு = உயர் பெறுமானம் - இழிவுப் பெறுமானம்

= 21 - 5

= 16

உதாரணம் : 1

கீழே தரப்பட்டுள்ள கூட்டமாக்கப்படாத மீடிறன் பரம்பலின் வீச்சைக் காண்க.

எண்	மீடிறன்
25	5
26	12
27	28
28	13
29	4

இங்கு உயர்வுப் பெறுமானம் = 29

இழிவுப் பெறுமானம் = 25

வீச்சு = உயர்வுப் பெறுமானம் - இழிவுப் பெறுமானம்

= 29- 25

= 4

பயிற்சி : 28.4

01. இடைவெளியை நிரப்புவதன் மூலம் ஒவ்வொரு தரவுகளினதும் வீச்சைக் காண்க.

(i) 45, 52, 75, 75, 80, 83

இங்கு உயர்வுப் பெறுமானம் = ...

இழிவுப் பெறுமானம் = ...

வீச்சு = உயர்வுப் பெறுமானம் - இழிவுப் பெறுமானம்

= .... – ....

= ....

(ii) 110, 110, 114, 114, 116, 118, 118, 120

உயர்வுப் பெறுமானம் = ...

.... = 110

வீச்சு = உயர்வுப் பெறுமானம் - ....

= .... – ....

= ....

(iii) மல்லிகை மரமொன்றில் ஒவ்வொரு நாளும் பூத்த பூக்களின் எண்ணிக்கை தொடர்பான விபரம் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

பூக்களின் எண்ணிக்கை	10	11	12	13	14	15
நாட்களின் எண்ணிக்கை	1	3	5	8	6	2

ஒரு நாளில் பூத்த பூக்களின் குறைந்த எண்ணிக்கை = 10

ஒரு நாளில் பூத்த பூக்களின் கூடிய எண்ணிக்கை = 15

ஒரு நாளில் பூத்த பூக்களின் எண்ணிக்கை = ... - குறைந்த பெறுமானம்

= ....

02. கீழே தரப்பட்டுள்ள தரவுத் தொகுதிகளின் வீச்சைக் காண்க.

(i) 2.5, 2.6, 2.6, 2.7, 2.7, 2.7, 2.8, 2.9

(ii) 0.15, 0.25, 0.17, 0.12, 0.2, 0.24

(iii) 120, 110, 108, 110, 111, 120, 109

(iv) 375, 310, 360, 310, 400, 475, 425

(v) 30, 32.5, 40, 38.5, 28

03. ஒரு ஊரில் உள்ள குடும்பங்கள் தொடர்பான சேகரித்த தகவல்கள் கீழே அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது. குடும்பத்தில் உள்ள பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கையின் வீச்சைக் காண்க.

பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை	0	1	2	3	4	5
குடும்பங்களின் எண்ணிக்கை	2	10	25	65	12	5

04. தரவுத் தொகுதியில் குறைந்த பெறுமானம் 24 ஆவதோடு வீச்சு 7 ஆகும் அங்கு உள்ள கூடிய பெறுமானத்தைக் காண்க.

05. தரவுத் தொகுதியில் கூடிய பெறுமானம் 752 ஆவதோடு வீச்சு 30 ஆகும். குறைந்த பெறுமானத்தைக் காண்க.

28.5 கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலின் ஆகார வகுப்பு, இடைய வகுப்பு

ஆகார வகுப்பு

கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலின் மீடிறன் நிரலில் உள்ள கூடிய பெறுமானத்திற்கு ஒத்த அதற்குரிய வகுப்பாயிடை, ஆகார வகுப்பு ஆகும்.

உதாரணம் : 8

தரப்பட்ட தரவுகளின் ஆகார வகுப்பைக் காண்க.

வகுப்பாயிடை	மீடிறன்
0 - 6	2
7 -13	3
14- 20	5
21 - 27	7
28 - 34	6
35 - 41	4

உதாரணம் : 9

தரப்பட்ட தரவுகளின் ஆகார வகுப்பைக் காண்க.

வகுப்பாயிடை	மீடிறன்
10.5 - 12.5	2
12.5 - 14.5	4
14.5 - 16.5	5
16.5 - 18.5	3
18.5 - 20.5	1
20.5 - 22.5	5

கூடிய மீடிறன் 7 என்பதால்
ஆகார வகுப்பு 21- 27

கூடிய மீடிறன் 5 ஆகும். அது இரண்டு இடங்களில் உள்ளது. ஆகவே இரு ஆகார வகுப்புக்கள் உள்ளன. ∴ ஆகார வகுப்பு 14.5 - 16.5, 20.5 - 22.5

பயிற்சி 28.5

கீழே தரப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலின் ஆகார வகுப்பைக் காண்க.

(1)

எண் (x)	மீடிறன் (f)
0 - 2	2
3 - 5	3
6 - 8	5
9- 11	7
12 - 14	9
15 - 17	6
18- 20	4

(2)

எண் (x)	மீடிறன் (f)
0 - 10	2
10 - 20	7
20 - 30	6
30 - 40	4
40 - 50	3
50 - 60	5
60 - 70	1

(3)

எண் (x)	மீடிறன் (f)
100 - 95	2
95 - 90	6
90 - 85	3
85- 80	5
80 - 75	4
76 - 60	6
60 - 55	1

(4)

எண் (x)	மீடிறன் (f)
10.5 - 12.5	4
12.5 - 14.5	7
14.5 - 16.5	9
16.5 - 18.5	6
18.5 - 20.5	3
20.5 - 22.5	5

(5)

எண் (x)	மீடிறன் (f)
100 - 90.5	2
90.5 - 80.5	4
80.5 - 70.5	7
70.5 - 60.5	5
60.5 - 50.5	6
50.5 - 40.5	7

28.6 இடைய வகுப்பு

கூட்டமாக்கப்பட்ட மீடிறன் பரம்பலின் இடையம் அடங்கும் வகுப்பாயிடை, இடைய வகுப்பாயிடையாகும்.

உதாரணம் : 10

கீழ் தரப்பட்டுள்ள மீடிறன் பரம்பலின் இடைய வகுப்பைக் காண்க.

வகுப்பாயிடை	மீடிறன்
0 - 6	2
7 - 13	3
14 - 20	5
21 - 27	7
28 - 35	6
36 - 42	4
42 - 49	1

$2 + 3 + 5 + 7$

மொத்த மீடிறன் 30 என்பதால்

இடைய வகுப்பின் அமைவு $= \frac{30}{2} = 15$ ஆம் ஈட்டாகும்

15வது ஈட்டு அடங்கும் வகுப்பு இடையம் உள்ள வகுப்பாகும்.

15வது ஈட்டு வகுப்பு 21 - 27

ஆகவே இடைய வகுப்பு 21 - 27

பிற்சோதனை

01. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தரவுகளினதும் ஆகாரம், இடையம, இடை, வீச்சு என்பவற்றைக் காண்க.

(i) 93, 90, 99, 95, 99, 97, 92

(ii) 43, 42, 45, 42, 47, 45

02. ஒரு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் ஒரு மாத வரவு தொடர்பான விபரம் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளது.

மாணவர் எண்ணிக்கை	நாட்களின் எண்ணிக்கை (மீடிறன்)
38	3
39	4
40	6
41	5
42	3
43.	1

(i) மாணவர்களின் வரவின் ஆகாரம் யாது?

(ii) மாணவர்களின் வரவின் இடையம் யாது?

(iii) மாணவர்களின் வரவின் இடை யாது?

(iv) மாணவர்களின் வரவின் வீச்சு யாது?

03.

வகுப்பாயிடை	20-29	30- 39	40- 49	50- 59	60- 69	70-79	80-89
மீடிறன்	1	3	7	10	15	18	2

மேலே தரப்பட்ட கூட்டமாக்கப்பட்ட தரவுகளின்,

(i) ஆகார வகுப்பு

(ii) இடைய வகுப்பு என்பவற்றைக் காண்க.